

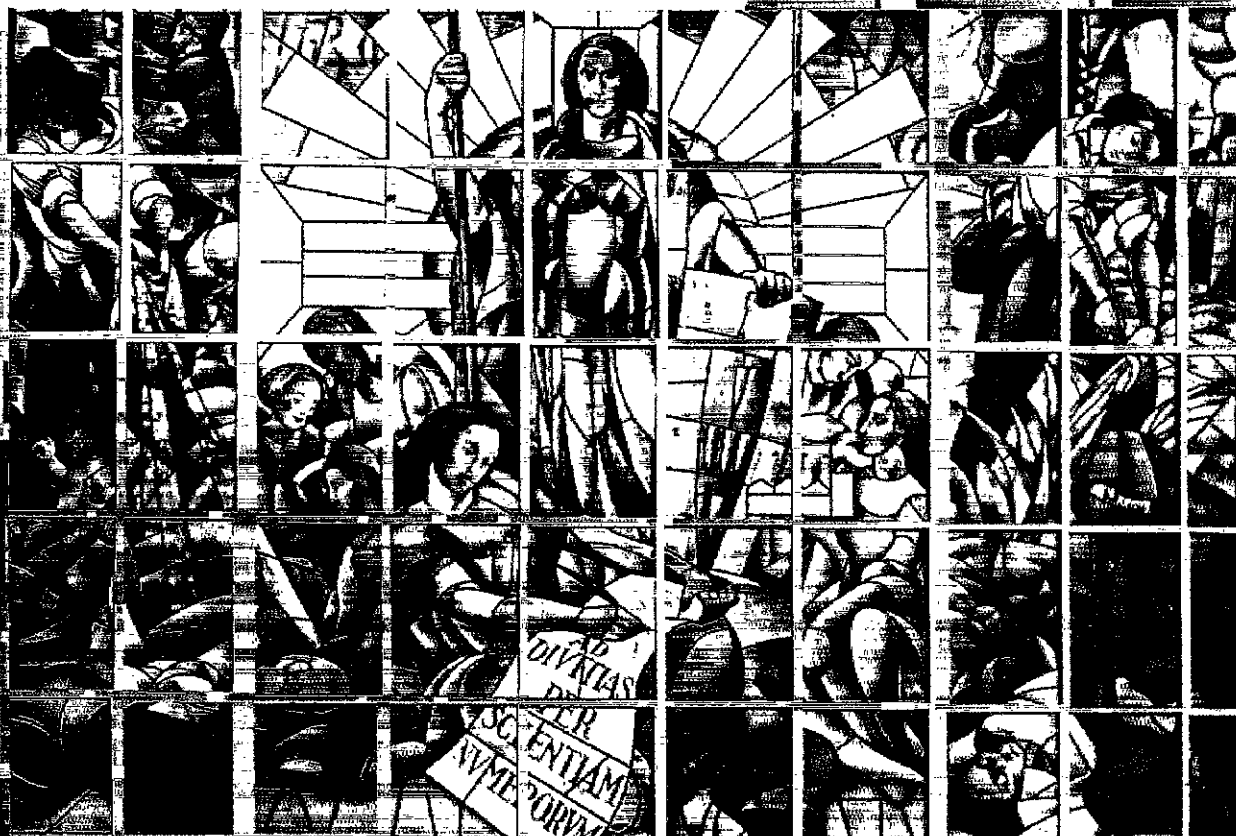


ISSN 0873-4275

INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA

PORTUGAL

REVISTA DE ESTATÍSTICA



VOLUME I

1º QUADRIMESTRE 1999

CATALOGAÇÃO RECOMENDADA:

REVISTA DE ESTATÍSTICA. Lisboa, 1996-
Revista de estatística / ed. Instituto Nacional de
Estatística. - Vol. 1, 1º quad. 1996-
Lisboa : I.N.E., 1996- . - 30 cm
Quadrimestral
ISSN 0873-4275

FICHA TÉCNICA

- **DIRECTOR**
 - *Adrião Simões Ferreira da Cunha*
- **DIRECTOR-ADJUNTO**
 - *Pedro Jorge Nunes da Silva Dias*
- **CONSELHO EDITORIAL**
 - *Adrião Simões Ferreira da Cunha*
 - *António Daniel Correia dos Santos*
 - *Dimís Duarte Ferreira Pestana*
 - *Francisco José Neto Melro*
 - *João António Branco*
 - *João Ferreira do Amaral*
 - *Oscar Soares Barata*
 - *Pedro Jorge Nunes da Silva Dias*
 - *Pedro Miguel Girão Nogueira Ramos*
 - *Sérgio Manuel Bacelar e Silva*
- **SECRETARIADO DE REDACÇÃO**
 - *Eduarda Liliana Marques Martins*
- **EDITOR**
 - *Instituto Nacional de Estatística*
Av.ª António José de Almeida, n.º. 2
1 000-043 LISBOA
Telf.: (01) 842 61 00
Fax: (01) 842 63 64
- **CAPA**
 - *Design de Mário Bouçados sobre o vitral do INE da autoria do pintor Abel Manta*
- **LAYOUT E MAQUETAGEM**
 - *Mário Bouçados*
- **IMPRESSÃO**
 - *Instituto Nacional de Estatística*
Secção de Artes Gráficas
- **TIRAGEM**
 - *750 exemplares*
- **DEPÓSITO LEGAL**
 - *N.º. 99514/96*

PREÇO (IVA 5% incluído)

- N.º. avulso 2 500\$00
- Assinatura anual 6 000\$00

© INE, Lisboa, Portugal, 1999* Reprodução autorizada, excepto para fins comerciais, com indicação da fonte bibliográfica

CREDITS

- **DIRECTOR**
 - *Adrião Simões Ferreira da Cunha*
- **ASSISTANT DIRECTOR**
 - *Pedro Jorge Nunes da Silva Dias*
- **EDITORIAL BOARD**
 - *Adrião Simões Ferreira da Cunha*
 - *António Daniel Correia dos Santos*
 - *Dimís Duarte Ferreira Pestana*
 - *Francisco José Neto Melro*
 - *João António Branco*
 - *João Ferreira do Amaral*
 - *Oscar Soares Barata*
 - *Pedro Jorge Nunes da Silva Dias*
 - *Pedro Miguel Girão Nogueira Ramos*
 - *Sérgio Manuel Bacelar e Silva*
- **EDITORIAL SECRETARIAT**
 - *Eduarda Liliana Marques Martins*
- **PUBLISHER**
 - *Instituto Nacional de Estatística*
Av.ª António José de Almeida, n.º. 2
1 000-043 LISBOA
Telf.: (01) 842 61 00
Fax: (01) 842 63 64
- **COVER DESIGN**
 - *Designed by Mário Bouçados on the stain glass window at INE by the painter Abel Manta*
- **LAYOUT AND GRAPHIC DESIGN**
 - *Mário Bouçados*
- **PRINTING**
 - *Instituto Nacional de Estatística*
Secção de Artes Gráficas
- **EDITION**
 - *750 exemplares*
- **LEGAL DEPOSIT REGISTRATION**
 - *N.º. 99514/96*

PRICE (IVA 5% included)

- Single issue PTE 2,500
- Annual subscription PTE 6,000

© INE, Lisbon, Portugal, 1999* Reproduction authorised, except for commercial purposes by indicating the source

2. Tendo em conta a 3ª equação do sistema e que $P^*(t) = P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t)$ vem:

$$P''(t) + \frac{\beta}{\gamma} P'(t) + \frac{2}{\gamma} P(t) = \frac{80}{\gamma}.$$

Equação diferencial ordinária linear de 2ª ordem com coeficientes constantes não-homogênea.

- a) Para $\beta = -2$ e $\gamma = 2$, vem: $P''(t) - P'(t) + P(t) = 40$.

A sua função solução é: $P(t) = e^{\frac{1}{2}t} \left(K_1 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}t + K_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t \right) + 40$.

Como: $P(0) = 50$ e $P'(0) = 5 + 10\sqrt{3}$, vem: $K_1 = 10$ e $K_2 = 20$,

pelo que: $P(t) = e^{\frac{1}{2}t} \left(10 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}t + 20 \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t \right) + 40$.

Como a parte real do número complexo conjugado é positiva temos: $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = +\infty$. A trajectória temporal do preço é "explosiva", oscilações próprias com amplitude crescente²³. O preço de equilíbrio estático é dinamicamente instável. Ver Fig. 9.

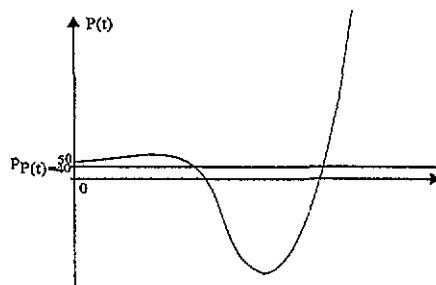


Fig. 9

²³ Flutuação periódica cujo período é: $\tau = \frac{2\pi}{b} = \frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$, i.e., um ciclo terá lugar sempre que t aumentar de $\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$.

ERRATA

REVISTA DE ESTATÍSTICA - 1º QUADRIMESTRE DE 1999

b) Para $\beta = 0$ e $\gamma = 2$, vem: $P''(t) + P(t) = 40$.

A sua função solução é: $P(t) = K_1 \cos t + K_2 \sin t + 40$.

Como $P(0) = 50$ e $P'(0) = 5 + 10\sqrt{3}$, vem: $K_1 = 10$ e $K_2 = 5 + 10\sqrt{3}$,

pelo que: $P(t) = 10 \cos t + (5 + 10\sqrt{3}) \sin t + 40$.

Como a parte real do número complexo conjugado é igual a zero temos uma "divergência" finita. A trajectória temporal do preço é "uniforme", oscilações próprias com amplitude constante²⁴. Ver Fig. 10.

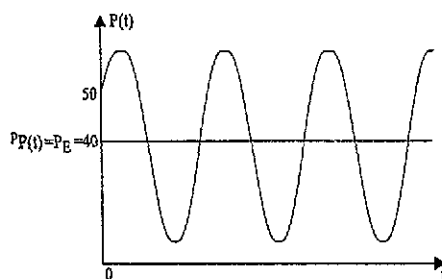


Fig. 10

c) Para $\beta = \gamma = 2$, vem: $P''(t) + P'(t) + P(t) = 40$.

A sua função solução é: $P(t) = e^{-\frac{1}{2}t} \left(K_1 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}t + K_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t \right) + 40$.

Como $P(0) = 50$ e $P'(0) = 5 + 10\sqrt{3}$, vem: $K_1 = 10$ e $K_2 = \frac{20\sqrt{3}}{3} + 20$,

pelo que: $P(t) = e^{-\frac{1}{2}t} \left[10 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}t + \left(\frac{20\sqrt{3}}{3} + 20 \right) \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t \right] + 40$.

²⁴ Flutuação periódica cujo período é: $\tau = \frac{2\pi}{b} = 2\pi$, i.e., um ciclo terá lugar sempre que t aumentar de 2π .

ordenarmos estes de forma crescente com o rendimento, o Índice de Gini pode ser calculado como:

$$G = 1 + \left(\frac{1}{n} \right) - \left(\frac{2}{(n^2 \mu)} \right) \sum_{i=1}^n (n-i+1) Y_i$$

onde μ representa o rendimento médio da distribuição.

O índice de Gini é mais sensível a transferências efectuadas no meio da distribuição. O decréscimo na desigualdade resultante de uma transferência regressiva será tanto maior quanto mais perto da moda da distribuição os agentes envolvidos se encontrarem.

iv) Índice de Atkinson

O índice de Atkinson é obtido através da expressão seguinte:

$$A = 1 - \left(\frac{1}{\mu} \right) \left[\left(\frac{1}{n} \right) \sum_{i=1}^n (y_i^{1-\varepsilon}) \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

onde ε é um parâmetro de aversão à desigualdade.

A sensibilidade do Índice de Atkinson a diferentes partes da distribuição depende do valor atribuído ao parâmetro de aversão à desigualdade ε . Quanto maior ε , maior o peso atribuído aos rendimentos de menor magnitude.

Na apreciação das famílias e indivíduos em situação de pobreza colocam-se duas questões de natureza metodológica: a primeira é a identificação da linha de pobreza, isto é, do limiar de rendimento abaixo do qual uma família pode ser considerada pobre. A segunda questão prende-se com as medidas de pobreza. Embora a quantificação da proporção dos pobres existentes numa dada sociedade seja um indicador importante do seu nível de bem-estar, é igualmente relevante dispor de informação que nos permita avaliar das condições de vida da população pobre.

No que concerne à determinação da linha de pobreza, utilizaremos neste trabalho o valor correspondente a 60% do rendimento mediano como limiar de pobreza.⁴⁸ No entanto, e de forma a obter-se alguma sensibilidade das medidas de pobreza face à escolha efectuada, calcularam-se igualmente linhas de pobreza baseadas em outras percentagens do rendimento mediano.

As medidas de pobreza adoptadas neste trabalho, são as medidas de Foster-Greer-Thorbecke (FGT), dadas pela expressão:

$$P_\alpha = \sum_{i=1}^q (1 - y_i / z)^\alpha / n$$

⁴⁸ Actualmente este é igualmente o critério utilizado pelo Eurostat na delimitação do limiar de pobreza

REVISTA DE ESTATÍSTICA

VOLUME 1

1º QUADRIMESTRE DE 1999

ÍNDICE

INDEX

- ARTIGOS

ARTICLES:

THE JACKKNIFE AND THE BOOTSTRAP METHODOLOGIES IN THE ESTIMATION OF PARAMETERS OF RARE EVENTS

AS METODOLOGIAS JACKKNIFE E BOOTSTRAP NA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE ACONTECIMENTOS RARO

Por/By: Ivette Gomes 5

COUNTED DATA CONTROL CHARTS SENSITIVE TO SUDDEN INCREASES OF THE SUMMURY STATISTIC

CARTAS DE CONTROLO PARA O NÚMERO ESPERADO DE DEFEITOS NUMA AMOSTRA SENSÍVEIS A AUMENTOS BRUSCOS DA ESTATÍSTICA SUMÁRIA

Por/By: Manuel Cabral Morais e António Pacheco. 25

CÁLCULO NUMÉRICO DAS PROBABILIDADES TRANSEUNTES DO SISTEMA $M|M|m|m$

NUMERICAL COMPUTATION OF THE $M|M|m|m$ SYSTEM'S TRANSIENT PROBABILITIES

Por/By: Manuel Martins Ferreira 47

O MODELO DINÂMICO DE TEIA DE ARANHA À LUZ DAS EQUAÇÕES FUNCIONAIS CONTÍNUAS – LINEARES, COM COEFICIENTES CONSTANTES E FUNÇÃO SOLUÇÃO GERAL UNIDIMENSIONAL

COBWED DYNAIC MODEL ILLUSTRATED BY FUNCTIONAL CONTINUOUS EQUATIONS – LINEARS, WITH CONSTANT COEFICIENTS AND UNIDIMENSIONAL GERAL SOLUTION FUNCTION.

Por/By: Valentim Lopes Velasco. 67

O SECTOR INSTITUCIONAL DAS ADMINISTRAÇÕES PÚBLICAS E A TRANSIÇÃO DO SEC79 PARA O SEC95 – IMPLICAÇÕES

THE GENERAL GOVERNMENT SECTOR AND THE TRANSITION FROM THE ESA79 TO THE ESA95 – ITS CONSEQUENCES

Por/By: Isabel Quintela e Paula Ferreira Borges. 91

REPARTIÇÃO DO RENDIMENTO E POBREZA EM PORTUGAL (1994/95)

INCOME DISTRIBUTION AND POVERTY IN PORTUGAL (1994/95)

Por/By: Carlos Farinha Rodrigues 117

- <i>INFORMAÇÕES</i> <i>INFORMATION:</i>	
ACTIVIDADES E PROJECTOS IMPORTANTES NO ÂMBITO DO SISTEMA ESTATÍSTICO NACIONAL	
<i>IMPORTANT ACTIVITIES AND PROJECTS IN THE SCOPE OF THE NATIONAL STATISTICAL SYSTEM.</i>	145
CONGRESSOS, SEMINÁRIOS, COLÓQUIOS E CONFERÊNCIAS	
<i>CONGRESS, SEMINARS AND CONFERENCES.</i>	151
ACÇÕES DESENVOLVIDAS PELO INE NO ÂMBITO DA COOPERAÇÃO BILATERAL E MULTILATERAL	
<i>ACTIONS ACHIEVED BY INE IN THE SCOPE OF BILATERAL AND MULTILATERAL COOPERATION.</i>	159
FUNDAMENTO, OBJECTO E ÂMBITO DA REVISTA.	
<i>FOUNDATION, SUBJECT MATTER AND SCOPE OF THE REVIEW</i>	163
NORMAS DE APRESENTAÇÃO DE MANUSCRITOS PARA A REVISTA. . . .	
<i>RULES FOR SUBMITTING MANUSCRIPTS TO THE REVIEW</i>	165

THE JACKKNIFE AND THE BOOTSTRAP METHODOLOGIES IN THE ESTIMATION OF PARAMETERS OF RARE EVENTS

Autor:
M. Ivette Gomes

VOLUME 1

1º QUADRIMESTRE DE 1999

THE JACKKNIFE AND THE BOOTSTRAP METHODOLOGIES IN THE ESTIMATION OF PARAMETERS OF RARE EVENTS

AS METODOLOGIAS JACKKNIFE E BOOTSTRAP NA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE ACONTECIMENTOS RAROS

Autor: M. Ivette Gomes*

- Professora Catedrática no D.E.I.O., C.E.A.U.L., Faculdade de Ciências,
Universidade de Lisboa

ABSTRACT:

- The main goal of this paper is to enhance the role of two well-known re-sampling methodologies, the *Bootstrap* of Efron (1979) and the *Jackknife* of Quenouille (1956) and Tukey (1958), in the *Statistical Theory of Extreme Values*. The Bootstrap will be used here to estimate the optimal sample fraction to be taken in semi-parametric estimation of parameters of rare events, and the Jackknife will be used to reduce the asymptotic Bias of estimators, without increasing Mean Square Error. The methodologies developed will be applied both to simulated and real data.

KEY-WORDS:

- *Statistical Theory of Extremes, Semi-parametric Estimation, Asymptotic Theory, Re-sampling Techniques, Jackknife and Bootstrap.*

RESUMO:

- O principal objectivo deste trabalho é enaltecer a importância de duas metodologias estatísticas bem conhecidas, o *Bootstrap* de Efron (1979) e o *Jackknife* de Quenouille (1956) e Tukey (1958), em *Teoria Estatística de Valores Extremos*. O Bootstrap será aqui usado para estimar a fracção óptima de estatísticas ordinais a considerar na estimação semi-paramétrica de parâmetros de acontecimentos raros, e o Jackknife será usado para reduzir o Viés assintótico dos estimadores, sem aumentar o Erro Quadrático Médio. As metodologias desenvolvidas serão aplicadas a dados simulados e a dados reais.

PALAVRAS-CHAVE:

- *Teoria Estatística de Valores Extremos, Estimação Semi-Paramétrica, Teoria Assintótica, Técnicas de Re-amostragem, Jackknife e Bootstrap.*

* Research partially supported by FCT / PRAXIS XXI / FEDER.

VOLUME 1

1º QUADRIMESTRE DE 1999

1. INTRODUCTION AND PRELIMINARIES

In *Statistical Extreme Value Theory* we are mainly interested in the estimation of *parameters of rare events*, like the *return period* of high levels, i.e. the mean time a stochastic process remains above the high level u , as $u \rightarrow \infty$, the *high quantiles* of the model $F(\cdot)$ associated to an underlying stationary stochastic process, i.e., functionals $\chi_p(F) := F^{\leftarrow}(p)$, $p \rightarrow 1$, where $F^{\leftarrow}(y) := \inf\{x: F(x) \geq y\}$ is the generalized inverse function of $F(\cdot)$, the *extremal index* $\theta(F)$, which in a certain sense measures the mean size of the clusters of exceedances of high levels and, primarily, the *tail index* $\gamma = \gamma(F)$, the basic parameter of *rare events*, directly related to the *right tail weight* of the model $F(\cdot)$, the right tail $1-F(\cdot)$ being heavier and heavier as γ increases. For $\gamma = 0$ we have a *Gumbel* model, with an exponential-type tail.

The *tail index* γ may be easily defined in terms of the asymptotic behaviour of the sequence of maximum values, $\{X_{n:n}\}_{n \geq 1} = \{\max(X_1, X_2, \dots, X_n)\}_{n \geq 1}$ of a random sample from a model $F(\cdot)$. Indeed, the sequence $X_{n:n}$ converges almost surely to the right endpoint $x_F := \sup\{x: F(x) < 1\}$ of the model $F(\cdot)$, but if there exists attraction coefficients $\{a_n > 0\}_{n \geq 1}$ and $\{b_n \in \mathbb{R}\}_{n \geq 1}$ such that

$$P[X_{n:n} \leq a_n x + b_n] \xrightarrow{n \rightarrow \infty} G(x), \text{ for all } x \text{ in the set of continuity points of } G(\cdot), \quad (1.1)$$

where $G(x)$ is a non-degenerate distribution function (d.f.) then, up to location and scale, G has the functional form

$$G(x) \equiv G_\gamma(x) := \exp\left\{-(1+\gamma x)^{-1/\gamma}\right\} \quad 1+\gamma x > 0, \quad \gamma \in \mathbb{R}, \quad (1.2)$$

where $(1+\gamma x)^{-1/\gamma}$ is to be taken equal to $\exp\{-x\}$ for $\gamma = 0$ (Gnedenko, 1943).

Whenever (1.1) holds, with $G(\cdot)$ given in (1.2), we say that F is in the *domain of attraction* of G_γ , and write $F \in D(G_\gamma)$. A unified necessary and sufficient condition for $F \in D(G_\gamma)$, expressed in terms of the quantile function

$$U(t) := \begin{cases} 0 & t \leq 1 \\ F^{\leftarrow}(1-1/t) & t > 1 \end{cases} \quad (1.3)$$

was given by de Haan (1984):

$$F \in D(G_\gamma) \text{ iff there is a function } a(t): \frac{U(tx) - U(t)}{a(t)} \rightarrow \frac{x^\gamma - 1}{\gamma}, \quad (1.4)$$

where, once again, $(x^\gamma - 1)/\gamma$ is to be taken equal to its limit, $\log x$, whenever $\gamma = 0$.

In *Statistical Theory of Extremes* the estimation of the tail index γ is usually done in a *semi-parametric* context, where we merely assume that $F \in D(\bar{G}_\gamma)$ and base the estimation on a suitable number of top order statistics (o.s.), say $X_{n:n} \geq X_{n-1:n} \geq \dots \geq X_{n-k:n}$, where $X_{i:n}$, $1 \leq i \leq n$, is the sample of the ascending o.s. associated to our original sample $\underline{X}_n = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, and $k = k_n$, must be suitably chosen, depending heavily on the estimator we intend to use and on the model underlying the data. Hence, an important question in *Statistical Extreme Value Theory* has been for a long time the choice of the "nuisance" parameter $k = k_n$, where $k + 1$ is the number of top o.s. considered.

We shall assume here, for sake of simplicity, that we are dealing with heavy tails ($\gamma > 0$). We then have

$$F \in D(\bar{G}_\gamma) \ (\gamma > 0) \quad \text{iff} \quad 1 - F \in RV_{-\gamma} \quad \text{iff} \quad U \in RV'_\gamma, \quad (1.5)$$

where RV_α stands for the class of *regularly varying* functions at infinity with index of regular variation equal to α , i.e., functions $g(\cdot)$ with infinite right endpoint, and such that $g(tx)/g(t) \rightarrow x^\alpha$, for all $x > 0$. The conditions in (1.5) characterize completely the first order behaviour of $F(\cdot)$ [Gnedenko (1943), de Haan (1970)]. The second order theory has been worked out in full generality by de Haan and Stadtmüller (1996). Indeed, for a large class of models there exists a function $A(t)$ of constant sign for large values of t , such that

$$\frac{U(tx)/U(t) - x^\gamma}{A(t)} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} x^\gamma \frac{x^\rho - 1}{\rho}, \quad (1.6)$$

for every $x > 0$, where $\rho (\leq 0)$ is a second order parameter, which eventually also needs to be properly estimated from the original sample. The limit function in (1.6) must be of the stated form, and $|A(t)| \in RV_\rho$ (Geluk and de Haan, 1987).

From the above mentioned second order behaviour of $F(\cdot)$ it follows that

$$\ln U(tx) - \ln U(t) = \gamma \ln x + A(t) \frac{x^\rho - 1}{\rho} (1 + o(1)), \text{ as } t \rightarrow \infty. \quad (1.7)$$

The consideration of the empirical counterpart of the quantile function U defined in (1.3), leads then to Hill estimator (Hill, 1975)

$$\gamma_n(k) := \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [\ln X_{n-i+1:n} - \ln X_{n-k:n}] = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k i [\ln X_{n-i+1:n} - \ln X_{n-i:n}]. \quad (1.8)$$

For a more complete study of Hill estimator, see Martins *et al* (1997).

In order to have consistency of Hill estimator, given in (1.8), we need to work with an intermediate number of o.s., i.e. we need to have $k = k_n \rightarrow \infty$, $k_n/n \rightarrow 0$.

Indeed, since we have that for every r.v. X with d.f. $F(\cdot)$, $X = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{Y}\right) = U(Y)$, where Y is a Pareto(1) r.v with d.f. $G_Y(y) = 1 - 1/y, y \geq 1$, $U(\cdot)$ an increasing function,

we thus have $X_{in} = U(Y_{in})$, $1 \leq i \leq n$. This property, together with (1.7), enables us to write the following distributional representation for Hill estimator (de Haan and Peng, 1995),

$$\gamma_n(k) \stackrel{d}{=} \gamma + \frac{\gamma}{\sqrt{k}} P_n + \frac{1}{1-\rho} A(n/k) + o_p(A(n/k)), \quad (1.9)$$

where P_n is asymptotically a standard Normal r.v., i.e., $P_n \stackrel{d}{=} \sqrt{k} \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k W_i - 1 \right)$, with $\{W_i\}$ a sequence of unit exponential r.v.'s. It thus follows that if $k = k_n \rightarrow \infty$, $k_n/n \rightarrow 0$, in such a way that $\sqrt{k} A(n/k) \rightarrow \lambda$, as $n \rightarrow \infty$, then

$$\sqrt{k} [\gamma_n(k) - \gamma] \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} N\left(\frac{\lambda}{1-\rho}, \gamma^2\right),$$

i.e., we may have an *Asymptotically Normal* estimator of γ with a *non-null* asymptotic bias, $\lambda/(1-\rho)$.

$$\text{On the other side, if } \sqrt{k} |A(n/k)| \rightarrow +\infty, \text{ then } \frac{\gamma_n(k) - \gamma}{A(n/k)} \xrightarrow{p} \frac{1}{1-\rho}.$$

Under the validity of (1.9), we have an *Asymptotic Mean Square Error (AMSE)* given by $AMSE[\gamma_n(k)] = \frac{\gamma^2}{k} + \frac{1}{(1-\rho)^2} A^2(n/k)$, and then

$$k_0(n) := \arg \min_k MSE[\gamma_n(k)] = \frac{n}{s^{-1}\left(\frac{\gamma^2(1-\rho)^2}{n}\right)} (1 + o(1)), \quad (1.10)$$

where $A^2(t) = \int_t^{+\infty} s(u) du (1 + o(1))$. For the existence of this function $s(\cdot)$ see lemma 2.9 of Dekkers and de Haan (1993).

This semi-parametric estimator of the tail index and almost all usual semi-parametric estimators of parameters of rare events (and this happens more generally in Statistics, like for instance in the semi-parametric or non-parametric methods of density estimation (Devroye, 1985) have the same type of behaviour: high variance for small values of k , high bias for large values of k , and consistency only for intermediate ranks, i.e., we need to have $k = k_n \rightarrow \infty$, $k_n/n \rightarrow 0$, as $n \rightarrow \infty$.

And what does this mean from a practical point of view?

Consequently there are immediately two main questions put forward:

1. How to estimate the *optimal sample fraction*, i.e., given generally a semi-parametric estimator $\xi_n(k)$ of the functional of rare events $\xi(F)$, based on the k top o.s. of $\underline{X}_n$, how is it possible to estimate $k_0^{\xi}(n) := \arg \min_k MSE\{\xi_n(k)\}$, in order to estimate $\xi(F)$ by means of $\xi_n(k_0^{\xi}(n))$? This question has been addressed in several papers, among which we refer Dekkers and de Haan (1993), Berlaint *et al* (1996a, 1996b), Peng (1998), Drees and Kaufmann (1998), Gomes (1998).
2. Is it possible to reduce the bias of these semi-parametric estimators, and find other semi-parametric estimators of the parameter of rare events under consideration, with smaller *BIAS* and also smaller *MSE*, being conscious that then we eventually have to go further in the tail, and pay a price for the need to collect more observations? Under this context we refer here the papers of Peng (1998) and Gomes *et al* (1998).

In section 2 of this paper we shall address the first question, and for data from a *Cauchy model* we shall illustrate the use of bootstrap methodology for the estimation of the optimal sample fraction by means of a bootstrap estimator of $k_0(n)$, of the type of the ones studied by de Haan *et al* (1997) and by Danielson *et al* (1997), but with the use of an *auxiliary statistic* of the type introduced in Gomes (1998), which is merely the difference of two estimators with the same functional form of the estimator under study, computed at two intermediate levels. De Haan's methodology has over Hall's bootstrap methodology (Hall (1990), Gomes (1994, 1998)) the advantage of overpassing the need of an initial consistent estimator of the tail index γ by the consideration of an *auxiliary statistic*, with null mean value, which consequently has a *MSE* equal to its variance, and whose asymptotic properties are intimately close to the ones of the estimator under study. More than that: the estimated value of $k_0(n)$ may be used for the initial consistent estimation of the tail index γ , needed in Hall's methodology.

In section 3 we shall consider the reduction of bias by means of the Generalized Jackknife theory (Gray and Schucany, 1972), and we study the behaviour of a Generalized Jackknife estimator of the type of the ones introduced by Gomes *et al* (1998), but where *Bias* is going to be estimated by means of the Bootstrap methodology developed in section 2.

Finally, in section 4, we shall consider an application to real data in the field of finance.

2. THE BOOTSTRAP METHODOLOGY AND THE ESTIMATION OF THE OPTIMAL SAMPLE FRACTION

The bootstrap methodology enables us to estimate the optimal sample fraction $k_0(n)/n$, $k_0(n) := \arg \min_k MSE[\gamma_n(k)]$, in the following way [de Haan *et al* (1997), Danielson *et al* (1997), Gomes (1998)]: given the sample $\underline{X}_n = (X_1, \dots, X_n)$ from an unknown model F , and the functional $\gamma_n(k)$, $1 \leq k \leq n$, a consistent estimator of γ , consider the bootstrap sample $\underline{X}_{n_1}^* = (X_1^*, \dots, X_{n_1}^*)$, $n_1 \leq n$, from the model $F_n^*(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{[X_i \leq x]}$, the empirical d.f. associated to the original sample $\underline{X}_n$, to which we may associate the corresponding estimator $\gamma_{n_1}^*(k_1)$, $1 \leq k_1 \leq n_1 - 1$.

Consider then an auxiliary statistic with null mean value, which consequently has a MSE equal to its variance, and whose asymptotic properties are intimately close to the ones of the estimator under study. We shall here consider

$$T_n(k) := \gamma_n(k/2) - \gamma_n(k). \quad (2.1)$$

From the joint behaviour of Hill estimator at two intermediate levels (Gomes (1998), Gomes *et al* (1998)) we get the distributional representation

$$T_n(k) \stackrel{d}{=} \frac{\gamma}{\sqrt{k}} Z_n - \frac{1-2^\rho}{1-\rho} A(n/k) + o_p(A(n/k)),$$

where Z_n is asymptotically a Normal(0,1) r.v., i.e., asymptotically, the r.v. $T_n(k)$ has a variance γ^2/k , and a bias $(2^\rho - 1)A(n/k)/(1-\rho)$.

Then, the fact that asymptotically,

$$AMSE(T_n(k)) = \frac{\gamma^2}{k} + A^2(n/k) \frac{(1-2^\rho)^2}{(1-\rho)^2},$$

enables us to derive

$$k_{0T}(n) := \arg \min_k MSE[T_n(k)] = \frac{n}{s \left(\frac{\gamma^2(1-\rho)^2}{n} \frac{1}{(1-2^\rho)^2} \right)} (1 + o(1)). \quad (2.2)$$

From (1.10) and (2.2), and from the fact that $s^* \in RV_{-1/(1-2\rho)}$, it follows that

$$k_{0T}(n) = (1 - 2\rho)^{\frac{2}{1-2\rho}} k_{0T}(n)(1 + o(1)), \text{ as } n \rightarrow \infty. \quad (2.3)$$

If we bootstrap $T_n(k)$, getting $T_n^*(k) | \underline{X}_n$, $k_{0T}^*(n) := \arg \min_k E \left[\left[T_n^*(k) \right]^2 | \underline{X}_n \right]$, it is immediate to ask if it is possible to replace $k_{0T}(n)$ by $k_{0T}^*(n)$ in (2.3). Theoretically, that is not possible. We must deal with samples of size $n_1 = O(n^{1-\varepsilon})$, $0 < \varepsilon < 1$, and with $k_1 \rightarrow \infty$, $k_1/n_1 \rightarrow 0$, in order to have, as $n_1 \rightarrow \infty$,

$$k_{0T}^*(n_1) := \arg \min_{k_1} \text{MSE} \left[T_{n_1}^*(k_1) | \underline{X}_{n_1} \right] = \frac{n_1}{s^* \left(\frac{\gamma^2(1-\rho)^2}{n_1} - \frac{1}{(1-2\rho)^2} \right)} (1 + o(1)). \quad (2.4)$$

(see Peng (1998) for a proof).

Since $k_{0T}^*(n_1) \in RV_{-2\rho/(1-2\rho)}$,

$$\frac{k_{0T}^*(n_1)}{k_{0T}(n)} = \left(\frac{n_1}{n} \right)^{\frac{2\rho}{2\rho-1}} (1 + o(1)), \text{ as } n \rightarrow \infty. \quad (2.5)$$

Thus, for another sample size $n_2 = \frac{n_1^2}{n}$ (chosen in this way in order to have independence of ρ), we have

$$k_{0T}(n) = \frac{[k_{0T}^*(n_1)]^2}{k_{0T}^*(n_2)} (1 + o(1)), \text{ as } n \rightarrow \infty. \quad (2.6)$$

Several estimators of ρ have been proposed in the literature. We use here the bootstrap estimator of Danielson *et al* (1997), also used in Gomes (1998): since $k_{0T}^* \in RV_{-2\rho/(1-2\rho)}$, it follows that $\frac{\ln k_{0T}^*}{\ln n_1} \rightarrow \frac{2\rho}{2\rho-1}$, as $n \rightarrow \infty$. The bootstrap estimator is

$$\rho^* := \frac{\ln \bar{k}_{0T}^*(n_1)}{2 \ln(\bar{k}_{0T}^*(n_1)/n_1)}, \quad (2.7)$$

where $\bar{k}_{0T}^*(n_1)$ denotes, the sample counterpart of $k_{0T}^*(n_1)$, i.e. for B generated bootstrap samples we take $\bar{k}_{0T}^*(n_1) = \arg \min_k \sum_{i=1}^B [T_{n_1,i}^*(k)]^2$.

We then have

$$\hat{k}_0(n|n_1, \rho^*) := \frac{[\bar{k}_{0Y}^*(n_1)]^2}{\bar{k}_{0Y}^*(n_1^2/n)} [1 - 2\rho^*]^{-\frac{2}{1-2\rho^*}}, \text{ and } \gamma_n^{*(1)}(n_1; \rho^*) := \gamma_n(\hat{k}_0(n|n_1, \rho^*)). \quad (2.8)$$

In Gomes (1998) the robustness of the estimator in (2.8), regarding the choice of the sub-sample size n_1 , was exhibited by simulation in a Fréchet model. Here, we generate a sample of size 1000 from a Cauchy model with null mean value, and we present in Figures 1 and 2 the sample path of $\hat{k}_0(n|n_1, \rho)$ and of $\gamma_n^{*(1)}(n_1; \rho^*)$, respectively — both for ρ estimated through (2.7) and for ρ assumed to be known and equal to -2 , just as happens in a Cauchy model, and for values of $n_1 = 50(5)1000$. We have used a multi-sample Bootstrap procedure of 10 replicates of $B = 100$ runs each. Comparatively to a one-sample procedure, the multi-sample procedure provided a higher stability of the sample paths. The simulated mean value of $k_0(n)$, on the basis of 20 replicas of 5000 runs each, for $n = 1000$ and for a Cauchy model is 132.85, with a 95% confidence interval given by (130.64, 135.06). The simulated mean value of Hill estimator at the optimal level is given by 1.0411, being the 95% confidence interval, (1.0397, 1.0425).

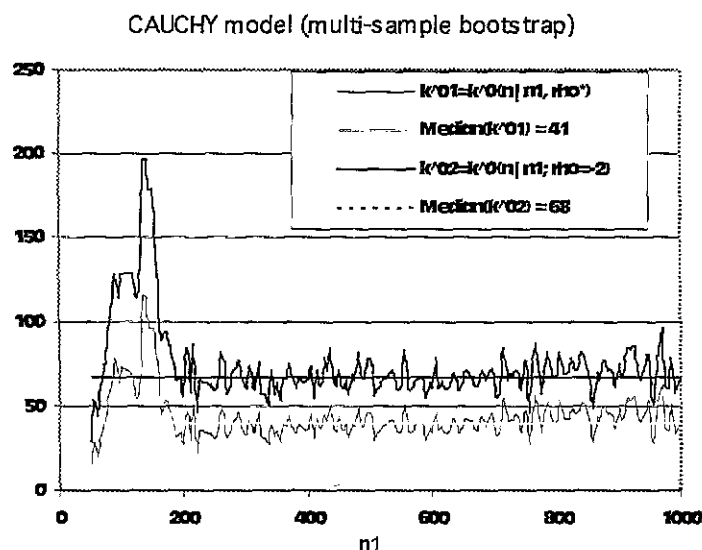


Figure 1. Sample path of $\hat{k}_0(n|n_1, \rho)$ for estimated ρ (through ρ^*) and for ρ assumed to be known ($\rho = -2$), and for values of $n_1 = 50(5)1000$.

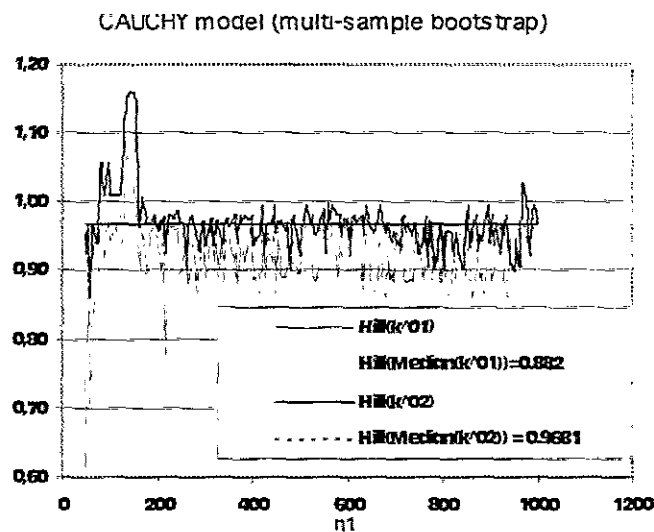


Figure 2. Sample path of $\gamma_n^{(1)}(n_1; \rho)$ for estimated ρ (through ρ^*) and for ρ assumed to be known ($\rho = -2$), and for values of $n_1 = 50(5)1000$.

As pointed out in Gomes (1998) the high stability obtained along the sub-sample size n_1 , both for the optimal sample fraction and for Hill estimator at the optimal level, enhanced in Figures 1 and 2, together with a high stability of the MSE of $\gamma_n^{(1)}(n_1; \rho^*)$, quite close to the minimal MSE of Hill estimator (see Gomes (1998) for details) suggest the real practical importance of this estimation procedure of the optimal sample fraction to be taken in a semi-parametric estimation of a parameter of rare events.

We now suggest the following more intricate procedure: after using an auxiliary statistic to estimate the optimal level, just as done before, use that optimal value as k_{aux} in Hall's Bootstrap methodology (Hall (1990), Gomes (1994, 1998)), and then estimate the MSE and the BLAS of the estimator under study. The value k_{aux} is the number of top o.s. needed initially to get a first rough consistent estimate of the tail index γ .

We would like to point out the following: the bootstrap estimator $\gamma_n^{\circ}(k)$ "smooths" the sample path of the original estimator $\gamma_n(k)$, $1 \leq k \leq n-1$ — in a way similar to what does the moving average procedure of Resnick and Starica (1997); we may easily obtain bootstrap estimates of the MSE and of the BLAS of $\gamma_n(k)$:

$$\begin{aligned} BLAS[\gamma_n(k) | k_{aux}] &:= \hat{E} \left\{ \gamma_n^{\circ}(k) - \gamma_n(k_{aux}) | \underline{X}_n \right\} \\ MSE[\gamma_n(k) | k_{aux}] &:= \hat{E} \left\{ \left[\gamma_n^{\circ}(k) - \gamma_n(k_{aux}) \right]^2 | \underline{X}_n \right\} \end{aligned} \quad (2.9)$$

We have here used two different values for k_{aux} :

$$k_{aux}^{(1)} = Median_{n_1=50(5)1000}(\hat{k}_0(n | n_1, \rho^*)), \text{ and } k_{aux}^{(2)} = Median_{n_1=50(5)1000}(\hat{k}_0(n | n_1, \rho = -2))$$

which turn out to be appealing from a practical point of view, due to the stability of the sample path in Figure 1.

In case we had not such a stability, we might use the value suggested by Danielson *et al* (1998) in such situations, and given by

$$k_{aux} = \arg \min_{n_1} R(n_1),$$

where

$$R(n_1) = \frac{MSE^2[T_{n_1}^*(k_{0T}^*(n_1)) | \underline{X}_n]}{MSE[T_{n_2}^*(k_{0T}^*(n_2)) | \underline{X}_n]}, \quad n_2 = n_1^2 / n,$$

is an estimate of $MSE[T_n(k_{0T}(n))]$.

After removing bias, we obtain the new estimators

$$\gamma_n^{*(2)}(k | k_{aux}) := \gamma_n(k) - \hat{BLAS}[\gamma_n(k) | k_{aux}], \quad k_{aux} = k_{aux}^{(1)}, k_{aux}^{(2)}. \quad (2.10)$$

Always working with the same sample of size $n = 1000$ underlying Figure 1, from a Cauchy model, for which $\gamma = 1$, we present in Figure 3 (A) the sample path of Hill estimates $\gamma_n(k)$, of Hill bootstrap estimates $\gamma_n^*(k)$, and of $\gamma_n^{*(2)}(k | k_{aux}^{(1)})$ and $\gamma_n^{*(2)}(k | k_{aux}^{(2)})$, in (2.10), both for $\rho := \rho^*$ and for $\rho = -2$. Figure 3 (B) is a zoom of Figure 3 (A). In these Figures, we show also two other sample paths of Jackknife estimators $\gamma_{n,B}^{G_1}(k)$ and $\gamma_{n,B}^{G_2}(k)$, described in the next section.

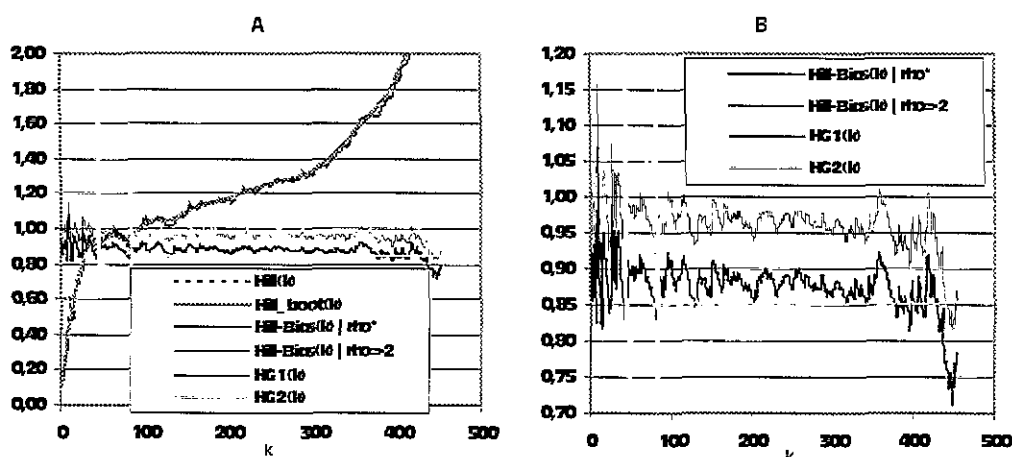


Figure 3. Sample path of Hill estimate $\gamma_n(k)$, Bootstrap Hill estimate $\gamma_n^*(k)$, $\gamma_n^{*(2)}(k | k_{aux}^{(i)})$ and $\gamma_{n,B}^{G_i}(k)$, $i = 1, 2$ for a Cauchy sample, $n=1000$ and $k = 1(1)n-1$.

In Figure 4 we show the Bootstrap estimates, given in (2.9), of $MSE[\gamma_n(k)]$ and of $BIAS[\gamma_n(k)]$, respectively. For comparison, we show also the simulated MSE and $BIAS$ of Hill estimator at different levels.

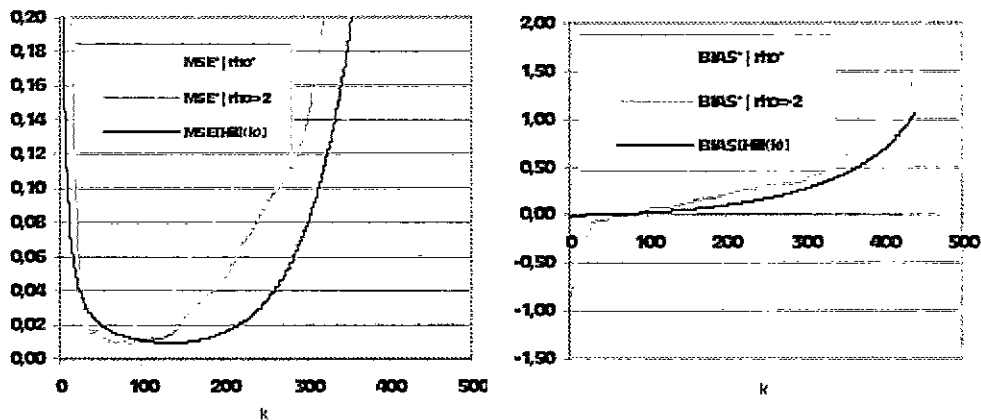


Figure 4. Bootstrap estimates of $MSE[\gamma_n(k)]$ and of $BIAS[\gamma_n(k)]$ for estimated ρ and $\rho = -2$ (one-sample), and simulated $MSE[\gamma_n(k)]$ and $BIAS[\gamma_n(k)]$ (5000 runs), for a *Cauchy* sample, $n=1000$ and $k = \lfloor (1) n^{-1}$.

This procedure is easy to implement and the new estimator has, from a practical point of view, a much more appealing sample path than that of Hill estimate, which is often referred to as “the Horror show of Hill estimates”. It is also appealing to have bootstrap estimates of MSE and $BIAS$ on the basis of the available sample, as we shall partially see in the next section.

3. THE JACKKNIFE METHODOLOGY AND THE REDUCTION OF THE BIAS TERM

The Jackknife methodology (Tukey, 1958) is a non-parametric re-sampling technique, essentially in the field of exploratory data analysis, largely used to reduce the bias of an estimator, by means of the construction of an auxiliary estimator based on Quenouille's re-sampling technique (Quenouille, 1956), and the consideration of a suitable combination of the two estimators. The *Generalized Jackknife* statistic of Gray and Schucany (1972) is, more generally, based on two different estimators of the same functional, with similar bias properties. More precisely, and as a particular case of the Jackknife theory, if we have two different biased consistent estimators $\gamma_n^{(1)}$ and $\gamma_n^{(2)}$ of the functional $\gamma(F)$, and if $E[\gamma_n^{(1)}] = \gamma + \phi(\gamma)d_1(n)$, $E[\gamma_n^{(2)}] = \gamma + \phi(\gamma)d_2(n)$, then, denoting by $q_n := \frac{BIAS[\gamma_n^{(1)}]}{BIAS[\gamma_n^{(2)}]} = \frac{d_1(n)}{d_2(n)}$, the *Generalized Jackknife* statistic associated to $(\gamma_n^{(1)}, \gamma_n^{(2)})$ is $\gamma_n^{(j)}(\gamma_n^{(1)}, \gamma_n^{(2)}) = \frac{\gamma_n^{(1)} - q_n \gamma_n^{(2)}}{1 - q_n}$, which is an unbiased consistent estimator of $\gamma(F)$.

provided $q_n \neq 1$, for every n . (For a detailed application of the Jackknife methodology to the estimation of parameters of rare events, see Gomes *et al* (1998)).

In *Statistical Theory of Extremes*, whenever we are dealing with semi-parametric estimators of the tail index, or even other parameters of rare events, we have usually information about the asymptotic bias of those estimators, just as we have seen in (1.9) for Hill estimator. We may thus choose estimators with similar asymptotic properties, and construct the associated *Generalized Jackknife* estimator.

Let us now think on Hill estimator at two different levels, $k_1 < k_2$, and let

$$Q_n(k_1, k_2) := \frac{BLAS_\infty[\gamma_n(k_1)]}{BLAS_\infty[\gamma_n(k_2)]} = \frac{A(n/k_1)}{A(n/k_2)} = \left(\frac{k_1}{k_2}\right)^{-\rho} (1 + o(1)), \quad (3.1)$$

be the quotient of the asymptotic bias of Hill estimators at those intermediate levels. Consider then

$$\gamma_n^G(k_1, k_2) := \frac{\gamma_n(k_1) - Q_n(k_1, k_2) \gamma_n(k_2)}{1 - Q_n(k_1, k_2)}, \quad (3.2)$$

As was shown in Gomes *et al* (1998) this estimator is asymptotically normal with a null asymptotic bias whenever we choose k_1 in such a way that $\sqrt{k_1} A(n/k_1) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \lambda_1$, finite, but we have degeneracy at γ , whenever $\sqrt{k_1} |A(n/k_1)| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} +\infty$, i.e. we have

$$[\gamma_n^G(k_1, k_2) - \gamma] / A(n/k_1) \stackrel{d}{=} o_p(1) \text{ whenever } \sqrt{k_1} |A(n/k_1)| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} +\infty. \quad (3.3)$$

The key to get a better estimator seems then to be: choose $k_1 > k_0(n)$, where $k_0(n) := \arg \min_k MSE[\gamma_n(k)]$ may be estimated by means of the bootstrap techniques of the previous section, and study the properties of $\gamma_n^G(k_1, k_2)$, $k_2 > k_1$. We are here going to work with the estimator

$$\gamma_{n,B}^G(k) := \frac{\gamma_n(\hat{k}_0(n)) - \hat{Q}_n(\hat{k}_0(n), k) \gamma_n(k)}{1 - \hat{Q}_n(\hat{k}_0(n), k)}, \quad k > \hat{k}_0(n), \quad (3.4)$$

where $\hat{Q}_n(\hat{k}_0(n), k)$, a suitable estimator of the quotient of biases in (3.1), is going here to be estimated also by means of the bootstrap techniques of section 2.

We have considered the bootstrap estimators of Bias obtained in the previous section, and we have obtained the sample paths shown in Figure 3, where the index $i = 1, 2$ refers to the use of an estimate of ρ or the assumption of a known ρ , respectively.

The sample path of these estimators is even smoother than the sample paths of the estimators in (2.10), and although a justification for this is beyond the scope of this paper, we would like to refer here that the bootstrap estimator of Bias is not sufficiently accurate to increase, in terms of *MSE*, the performance of the estimator in (3.4) relatively to Hill estimator at the optimal level. Anyway, the sample path is indeed quite appealing from a practical point of view.

4. AN APPLICATION TO EXCHANGE RATES

For a long time, and essentially due to the mathematical tractability of the *Gumbel model* ($\gamma = 0$), statisticians have developed a strong bias towards this particular limiting model in the max-scheme. This is similar to what happens towards the *Normal model* as a limiting model in an additive scheme, although such indiscriminate use has been systematically questioned by economists and financial analysts. This is particularly so in what concerns the distribution of log stock price changes (Fama, 1963). From Fama's analysis of monthly stock price changes — $\log(p_t / p_{t-1})$ — it is evident that an appropriate model must be highly peaked and heavy tailed when compared either to *Normal* or to *Gumbel* models, i.e., there is empirical evidence of "heavy tails" ($\gamma > 0$).

In Fraga Alves and Gomes (1996) the analysis of the observed values of Gumbel statistical choice test statistic (Gomes, 1987), when applied to data published by *Banco de Portugal* (1984-1993), namely on changes of the monthly exchange rate of the U.S. Dollar and the Dutch Guilder, enhanced that although there is not any strong evidence against $\gamma = 0$, there is a slight indication of an heavy tail, particularly for the Dutch Guilder.

We here apply the re-sampling techniques of sections 2 and 3. In Figures 5 and 6 it is shown the stability of the sample paths of the estimate of the optimal sample fraction and of Hill's estimate at that optimal level for the exchange rate returns of the US Dollar and of the Dutch Guilder, respectively. In Figure 7 we show the sample paths of the different estimates of the tail index, for both sets of data.

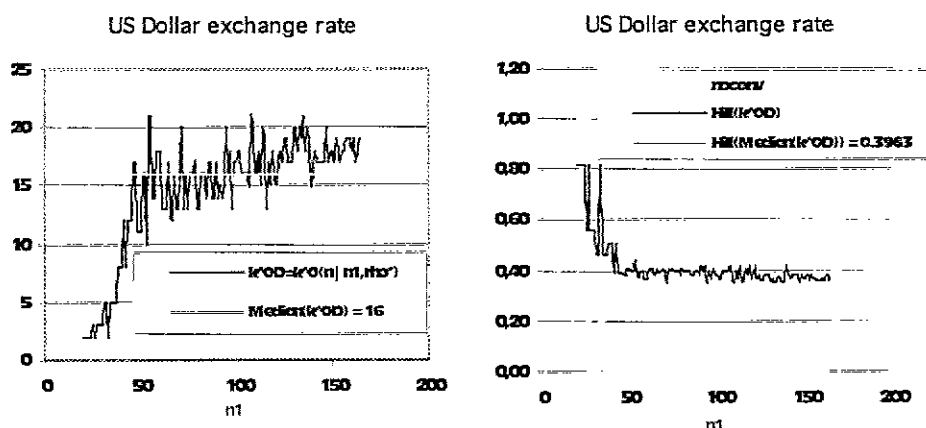


Figure 5 Sample path of estimates of optimal sample fraction and Hill estimates at optimal levels, for the US Dollar exchange rate returns and for sub-sample sizes $n_1 = 25(1)163$.

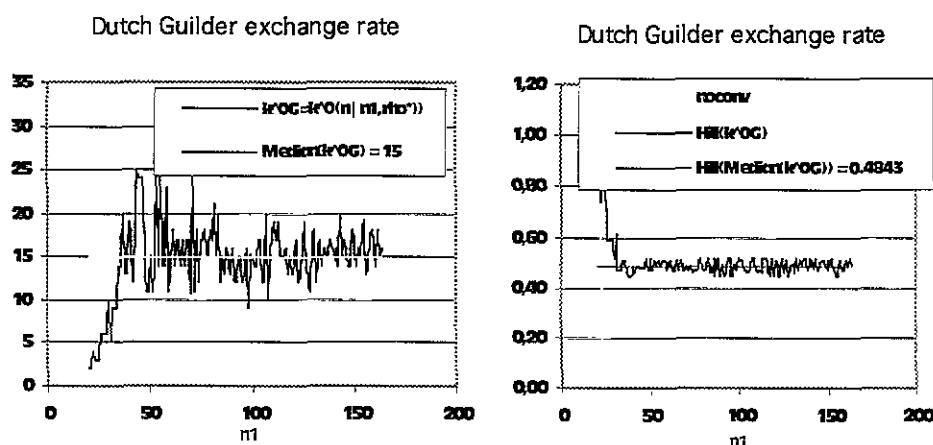


Figure 6. Sample path of estimates of optimal sample fraction and Hill estimates at those optimal levels, for the Dutch Guilder exchange rate changes and for sub-sample sizes $n_1 = 25(1)163$.

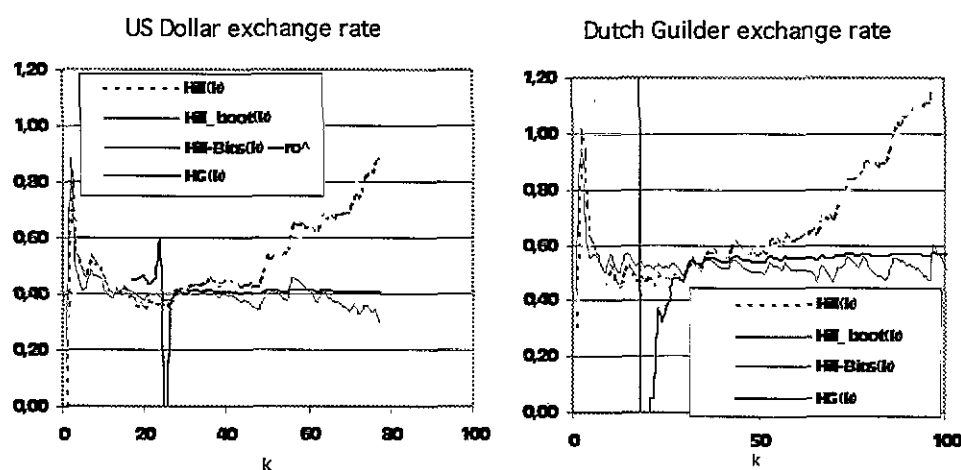


Figure 7. Sample path of Hill estimate, Bootstrap Hill estimate, Unbiased Bootstrap Hill estimate and Jackknife Hill estimates of the tail index for US Dollar and Dutch Guilder exchange rate changes, and for $k = 1(1)n-1$.

The second order parameter is around $\rho = -1$ for both sets of data, and we are in the presence of heavy tails. The estimate of the tail index γ is equal to 0.4 for the US Dollar and equal to 0.58 for the Dutch Guilder. Despite the shortness of the size of the samples under study, $n = 164$, the stability of the sample path of the new estimates is quite striking!

REFERENCES

- BEIRLANT, J., P. VYNCKIER and J. L. TEUGELS (1996a). "Excess function and estimation of the extreme-value index", *Bernoulli* **2**, 293-318.
- BEIRLANT, J., P. VYNCKIER and J. L. TEUGELS (1996b). "Tail index estimation. Pareto quantile plots, and regression diagnostics", *J. Amer. Statist. Assoc.* **91**, 1659-1667.
- DANIELSON, J., L. de HAAN, L. PENG and C.G. de VRIES (1997). *Using a bootstrap method to choose the sample fraction in the tail index estimation*. T197-016 4, Erasmus University Rotterdam.
- DEKKERS, A.L.M. and L. de HAAN (1993). "Optimal choice of sample fraction in extreme-value estimation", *J. Multivariate Analysis* **47**, 173-195.
- DEVROYE, L.P. and L. GYORFI (1985). *Nonparametric Density Estimation: The L_1 View*. Wiley, New York.
- DREES, H. and E. KAUFFMAN (1998). "Selecting the optimal sample fraction in univariate extreme value estimation", *Stoch. Proc. Appl* **75**, 149-172.
- EFRON, B. (1979). "Bootstrap methods — another look at Jackknife" *Ann. Statist.* **7**, 1-26.
- FAMA, E. (1963). "Mandelbrot and the stable Paretian hypothesis", *J. Business* **36**, 420-429.
- FAMA, E. (1965). "The behaviour of stock market prices", *J. Business* **38**, 34-105.
- FRAGA ALVES, M.I. and M.I. GOMES (1996). "Statistical choice of extreme value domains of attraction — a comparative analysis", *Comm. Statist. — Theory Meth.* **25**, 789-811.
- GALAMBOS, J. (1987). *The Asymptotic Theory of Extreme Order Statistics* (2nd edition). Krieger.
- GELUK, J. and L. de HAAN (1987). *Regular Variation, Extensions and Tauberian Theorems*. CWI Tract 40. Center for Mathematics and Computer Science, Amsterdam, Netherlands.
- GNEDENKO, B.V. (1943). "Sur la distribution limite du terme maximum d'une série aléatoire", *Ann. Math.* **44**, 423-453.
- GOMES, M.I. (1987). "Extreme Value Theory — Statistical choice". In P. Revesz *et al* (eds.), *Goodness-of-Fit*. 195-209. North-Holland.
- GOMES, M.I. (1994). "Metodologias Jackknife e Bootstrap em Estatística de Extremos". *Actas do II Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística*. 31-46.
- GOMES, M.I. (1998). *The bootstrap methodology in Statistical Extremes — the choice of the optimal sample fraction*. Notas e Comunicações CEAUL 15/98.
- GOMES, M.I., M.J. MARTINS and M. NEVES (1998). *Alternatives to a semi-parametric estimator of parameters of rare events — the Jackknife methodology*. Notas e Comunicações CEAUL 18/98.
- GRAY, H.L. and W.R. SCHUCANY (1972). *The Generalized Jackknife Statistic*. Marcel Dekker.

- HAAN, L. de (1970). *On Regular Variation and its Application to the Weak Convergence of Sample Extremes*. Mathematical Centre Tract 32, Amsterdam.
- HAAN, L. de (1984). "Slow variation and characterization of domains of attraction". In J. Tiago de Oliveira (ed.) *Statistical Extremes and Applications*, 31-38. D. Reidel.
- HAAN, L. de and L. PENG (1995). "Comparison of tail index estimators". To appear in *Statistica Neerlandica*.
- HAAN, L. de, L. PENG and T.T. PEREIRA (1997) "A bootstrap-based method to achieve optimality in estimating the extreme value index". In Lian Peng, *Second Order Condition and Extreme Value Theory*, Ph.D. Thesis, Erasmus Universiteit.
- HAAN, L. de and U. STADTMÜLLER (1996). "Generalized regular variation of second order". *J. Austral. Math. Soc. (A)* 61, 381-395.
- HALL, P. (1990). "Using the bootstrap to estimate mean squared error and selecting parameter in nonparametric problems". *J. Multivariate Analysis* 32, 177-203.
- HILL, B.M. (1975). "A simple general approach to inference about the tail of a distribution". *Ann. Statist.* 3, 1163-1174.
- MARTINS, M. J., GOMES, M. I. and M. NEVES (1997). "Some results on the behaviour of Hill's estimator". To appear in *J. Statist. Comput. and Simulation*.
- PENG, L. (1998). *Second Order Condition and Extreme value theory*. Ph.D. Thesis, Erasmus Universiteit Rotterdam.
- QUENOUILLE, B. (1956). "Notes on bias in estimation". *Biometrika* 43, 353-360.
- RESNICK, S. and C. STARICA (1997). "Smoothing the Hill estimator". *Adv. Appl. Probab.* 29, 271-293.
- TUKEY, J. (1958). "Bias and confidence in not quite large samples". *Ann. Math. Statist.* 29, 614.

VOLUME 1

1º QUADRIMESTRE DE 1999

COUNTED DATA CONTROL CHARTS SENSITIVE TO SUDDEN INCREASES OF THE SUMMARY STATISTIC

Autores:
Manuel Cabral Morais
e
António Pacheco

VOLUME 1

1º QUADRIMESTRE DE 1999

COUNTED DATA CONTROL CHARTS SENSITIVE TO SUDDEN INCREASES OF THE SUMMARY STATISTIC

CARTAS DE CONTROLO PARA O NÚMERO ESPERADO DE DEFEITOS NUMA AMOSTRA SENSÍVEIS A AUMENTOS BRUSCOS DA ESTATÍSTICA SUMÁRIA

Autores: Manuel Cabral Moraes

- Assistente do Instituto Superior Técnico

e

António Pacheco

- Professor Auxiliar do Instituto Superior Técnico

ABSTRACT:

- The usual practice in maintaining an upper one-sided control chart is to give an out-of-control signal whenever the summary statistic exceeds the upper control limit. However, intuition would suggest that a sudden increase in the summary statistic should also be taken as an indication of a deterioration in the production process, even if that summary statistic is not above the upper control limit.

Using previously established results it is shown that: a) the decision rule proposed here speeds up the detection of increases in the expected count of defects per sample of fixed size s by an upper one-sided *Poisson CUSUM* chart; and b) the associated run length has interesting stochastic monotonicity properties.

KEY-WORDS:

- *C-charts, CUSUM charts, Markovian approach, stochastically monotone matrices, stochastic ordering, run length, first passage times.*

RESUMO:

- É prática usual emitir sinal de alarme assim que o valor observado da estatística sumária de uma carta unilateral superior exceda o limite superior de controlo. No entanto, parece intuitivamente razoável que um aumento brusco da estatística sumária seja encarado como indicação de uma deterioração do processo de produção, mesmo que a estatística sumária não tenha excedido o limite superior de controlo.

Usando resultados previamente estabelecidos demonstra-se que: a) a regra de decisão aqui proposta aumenta a velocidade de detecção de aumentos do número esperado de defeitos em amostras de dimensão fixa s , por parte de uma carta *CUSUM Poisson* unilateral superior; e b) o "run length" associado possui relevantes propriedades de monotonia estocástica.

PALAVRAS-CHAVE:

- *Cartas CUSUM, abordagem markoviana, matrizes estocasticamente monótonas, ordenação estocástica, "run length", tempos de primeira passagem.*

VOLUME 1

1º QUADRIMESTRE DE 1999

1. INTRODUCTION

The quality characteristic behind the widely used *c-chart* (DeVor *et al.*, 1992, p.452) is the count of defects per random sample of constant size s , represented from now on by Y . Since it is usually assumed that the defects occur independently and the maximum possible number of defects in an item is much larger than the expected number of defects per item produced (Collani, 1989), Y is frequently assumed to have a distribution belonging to the uniparametric model $\{Poisson(\lambda), \lambda > 0\}$.

An increase in the expected number of defects per random sample of constant size s , λ , implies a deterioration in the quality of the items produced. Thus, any increase in λ should be detected as soon as possible.

Upper one-sided *CUSUM* (cumulative sum) control charts tend to give earlier indication of increases in process parameters than the classical *Shewhart* control schemes. The upper one-sided *Poisson CUSUM* chart is planned to detect increases from the nominal value λ_0 (in-control situation) to a larger expected value of the defects count $\lambda_0 + \theta$, $\theta > 0$ (out-of-control situation), by using the summary statistic:

$$X_n = k \times I_{\{0\}}(n) + \max\{0, X_{n-1} + Y_n - \gamma\} \times I_{\{1,2,\dots\}}(n) \quad (1)$$

where: Y_n is the defects count for the n th sample, and also the summary statistic of the upper one-sided *c-chart* (Morais and Natário (1998)); the initial value given to the summary statistic is denoted here by k ; γ is a positive real number usually called reference-value. Suitable values for these parameters are usually chosen by the user to produce a desired performance for the control chart, for both in-control and out-of-control situations. A relevant reference for this control chart is Lucas (1985).

An out-of-control signal is given at time n if x_n , the observed value of the *CUSUM* statistic, exceeds the upper control limit $UCL = x$. Such a signal indicates that a corrective action should be taken to prevent the production of nonconforming items. But it seems reasonable that this standard decision rule should also depend on the increase of the summary statistic: for example, a large increment in the summary statistic, say exceeding y ($0 \leq y \leq x$), should also be taken as a sign of an increase in the parameter being controlled, even if the summary statistic does not exceed $UCL = x$. This combined procedure yields to a non standard decision rule, that will be called henceforth the "increment decision rule". One believes that this decision rule has not been proposed in the literature before.

Table 1 and Figure 1 illustrate the use of an upper one-sided *CUSUM* for *Poisson* counted data with the standard decision rule and with the increment decision rule. The chart has parameters: $s = 4$ items per sample; nominal value $\lambda_0 = 4$; reference value $\gamma = 5$; upper control limit equal to $UCL = x = 10$; critical level for

the summary statistic increment $y = 4$; and $k = 0$ as initial value of the summary statistic, that is, no head start has been given to the chart.

Table 1 — Observed values of the summary statistics and their increments
($s = 4$; $\lambda_0 = 4$; $\gamma = 5$; $x = 10$; $y = 4$; $k = 0$)

n	Y_{1n}	Y_{2n}	Y_{3n}	Y_{4n}	$Y_n = \sum_{i=1}^4 Y_{in}$	X_n	$X_n - X_{n-1}$
0	—	—	—	—	—	$k = 0$	—
1	1	0	0	1	2	0	0
2	0	1	1	1	3	0	0
3	2	0	0	0	2	0	0
4	1	2	1	0	4	0	0
5	0	1	0	0	1	0	0
6	2	6	3	1	12	7	7**
7	3	6	1	2	12	14*	7
8	2	3	3	6	14	23	9
9	3	2	3	4	12	30	7
10	5	2	4	3	14	39	9

* the *CUSUM* summary statistic is above the upper control limit

** the increment of *CUSUM* summary statistic exceeds the critical value $y = 4$

Each row of columns 2-5 of Table 1 have the observed defects count in 4 items. The first 5 groups of four observations are from a process at the desired mean level $\lambda = \lambda_0 = 4$. The next 5 groups of observations were taken from a process out-of-control with $\lambda = \lambda_0 + \theta = 6$.

Figure 1 — Control charting using the *CUSUM* summary statistic X_n and its increment $X_n - X_{n-1}$

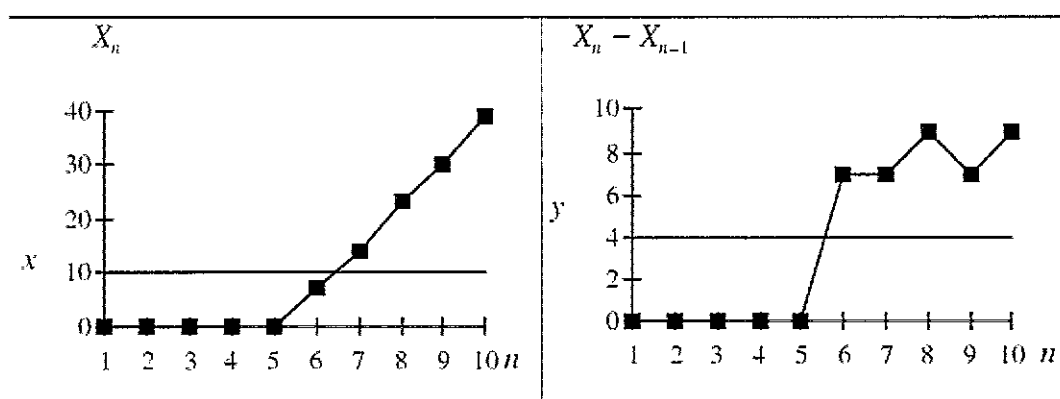


Table 1 and Figure 1 illustrate the benefit of the adoption of the increment decision rule: the upper one-sided *Poisson CUSUM* chart with the standard decision rule gives an out-of-control signal at the second observation with $\lambda = \lambda_0 + \theta = 6$ (observation 7), whereas if one adopts the increment decision rule the same chart gives an out-control at the first observation with λ at the abnormal level (observation 6).

Let $RL_k(x; \theta)$ and $RL_k(x, y; \theta)$ be the run lengths of the upper one-sided *Poisson CUSUM* chart with the standard and the increment decision rules, respectively. These random variables are the number of samples taken before the chart produces an out-of-control signal, and give an indication of the ability to detect shifts in λ when each of the decision rules is used.

The Section 2 of this paper consists of some preliminaries, including the survival function and moments of both performance measures $RL_k(x; \theta)$ and $RL_k(x, y; \theta)$. In Section 3, some stochastic monotonicity properties of these random variables are established and illustrated. In Section 4, one investigates closely the stochastic consequences of the substitution of the standard decision rule by the increment decision rule in the performance of the upper one-sided *Poisson CUSUM* chart, as well as the corresponding effect of changing the critical value y . Finally, in Section 5 some concluding remarks are presented; in particular, some considerations on how the increment decision rule can be implemented with other control charts are made.

2. SURVIVAL FUNCTION AND MOMENTS OF THE RUN LENGTH

The Markov chain approach provides a simple way of examining detailed properties of the control chart proposed here, such as

- the exact distribution function (or survival function) and the percentage points of its run length and
- the average detection speed of the control chart,

as the parameter λ changes. The simplicity of this approach arises from the fact that the evaluation of all these properties involves no more than the use of trivial operations such as matrix multiplication (to obtain the survival function) and inversion (to evaluate the average run length and other factorial moments).

The evolution of the summary statistic of the upper one-sided *CUSUM* chart for *Poisson* counted data forms a discrete time Markov chain $X(\theta) = \{X_n(\theta), n \geq 0\}$. If γ is a positive integer, the Markov chain has infinite state space $N_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$ and transition matrix $P(\theta) = [p_{ij}(\theta)]_{i, j \in N_0}$ which depends on the parameter $\theta \geq 0$. Following Morais and Pacheco (1998b), one has, for this particular chart,

$$p_{ij}(\theta) = a_{ij}(\theta) - a_{i, j-1}(\theta), \quad i, j \in N_0, \quad (2)$$

with $a_{i-1}(\theta) = 0$, $i \in \mathbf{N}_0$ and

$$\begin{aligned} a_n(\theta) &= \sum_{l=0}^j p_{nl}(\theta) = P[X_{n+1}(\theta) \leq j | X_n(\theta) = i] \\ &= F_{\text{Poisson}(\lambda_0 + \theta)}(j - i + \gamma), \quad i, j, n \in \mathbf{N}_0. \end{aligned} \quad (3)$$

One can also add that the run lengths $RL_k(x; \theta)$ and $RL_k(x, y; \theta)$ correspond to the first passage times

$$\min \{n \geq 0: X_n(\theta) > x | X_0(\theta) = k\} \quad (4)$$

$$\min \{n \geq 0: X_n(\theta) > x \text{ or } X_n(\theta) - X_{n-1}(\theta) > y | X_0(\theta) = k\} \quad (5)$$

(respectively) which have survival functions given by

$$\bar{F}_{RL_k(x; \theta)}(m) = I_{(-\infty, 1)}(m) + \mathbf{e}'_{k+1} \times [\tilde{\mathbf{Q}}(\theta)]^{[m]} \times \mathbf{1} \times I_{[1, +\infty)}(m) \quad (6)$$

$$\bar{F}_{RL_k(x, y; \theta)}(m) = I_{(-\infty, 1)}(m) + \mathbf{e}'_{k+1} \times [\bar{\mathbf{Q}}(\theta)]^{[m]} \times \mathbf{1} \times I_{[1, +\infty)}(m) \quad (7)$$

where: I_A is the characteristic function of the real set A ; $\mathbf{e}_{k+1}$ denotes the $(k+1)$ th vector of the orthonormal basis for $\mathbf{R}^{x+1}$; $\mathbf{1}$ is a column vector of $(x+1)$ ones; $[m]$ is the integer part of m ; $\tilde{\mathbf{Q}}(\theta) = [p_{ij}(\theta)]_{i,j=0}^x$; and $\bar{\mathbf{Q}}(\theta)$ has entries

$$\bar{q}_{ij}(\theta) = \begin{cases} p_{ij}(\theta), & i \in \{0, 1, \dots, x\}, j \in \{0, 1, \dots, \min\{i+y, x\}\} \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (8)$$

that is, $\bar{\mathbf{Q}}(\theta)$ is equal to

$$\begin{bmatrix} p_{00}(\theta) & p_{01}(\theta) & \dots & p_{0y}(\theta) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ p_{10}(\theta) & p_{11}(\theta) & \dots & \dots & p_{1,y+1}(\theta) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ p_{x-y+1,0}(\theta) & p_{x-y+1,1}(\theta) & \dots & \dots & \dots & \dots & p_{x-y+1,x-1}(\theta) & 0 \\ p_{x-y,0}(\theta) & p_{x-y,1}(\theta) & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & p_{x-y,x}(\theta) \\ p_{x-y+1,0}(\theta) & p_{x-y+1,1}(\theta) & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & p_{x-y+1,x}(\theta) \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ p_{x,0}(\theta) & p_{x,1}(\theta) & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & p_{x,x}(\theta) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

It is interesting to notice that the survival functions in (6) and (7) are equal if $y = x$, i.e., $RL_k(x, x; \theta) =_{st} RL_k(x; \theta)$.

Recall that the survival function of the run length evaluated at the point m ($m \in \{1, 2, \dots\}$) essentially represents the probability of the following events:

- taking more than m samples before a false alarm is observed, when $\theta = 0$;
- the detection of an increase in λ taking more than m samples to collect, when $\theta > 0$.

As for the reciprocal of the average detection speed of both charts, the average run length (ARL), one has

$$ARL_k(x; \theta) = \underline{e}'_{k+1} \times [\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{Q}}(\theta)]^{-1} \times \underline{1} \quad (10)$$

$$ARL_k(x, y; \theta) = \underline{e}'_{k+1} \times [\mathbf{I} - \overline{\mathbf{Q}}(\theta)]^{-1} \times \underline{1}, \quad (11)$$

where $\mathbf{I}$ is the identity matrix with rank $(x+1)$. And, following Brook and Evans (1972), the vectors of s^{th} factorial moments of $RL_k(x; \theta)$ and $RL_k(x, y; \theta)$ can easily be obtained recursively using the formulas

$$\begin{aligned} \underline{\mu}^{(s)}(x; \theta) &= [E\{RL_k(x; \theta) \times [RL_k(x; \theta) - 1] \times \dots \times [RL_k(x; \theta) - s + 1]\}]_{k=0}^x \\ &= s \times [\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{Q}}(\theta)]^{-1} - \mathbf{I} \times \underline{\mu}^{(s-1)}(x; \theta), s = 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \underline{\mu}^{(s)}(x, y; \theta) &= [E\{RL_k(x, y; \theta) \times [RL_k(x, y; \theta) - 1] \times \dots \times [RL_k(x, y; \theta) - s + 1]\}]_{k=0}^x \\ &= s \times [\mathbf{I} - \overline{\mathbf{Q}}(\theta)]^{-1} - \mathbf{I} \times \underline{\mu}^{(s-1)}(x, y; \theta), s = 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (13)$$

where:

$$\underline{\mu}^{(1)}(x; \theta) = [ARL_k(x; \theta)]_{k=0}^x = [\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{Q}}(\theta)]^{-1} \times \underline{1}; \quad (14)$$

$$\underline{\mu}^{(1)}(x, y; \theta) = [ARL_k(x, y; \theta)]_{k=0}^x = [\mathbf{I} - \overline{\mathbf{Q}}(\theta)]^{-1} \times \underline{1}. \quad (15)$$

3. STOCHASTIC MONOTONICITY PROPERTIES

The Markov approach also provides a form of establishing stochastic monotonicity properties concerning the run lengths associated to both decision rules.¹ But, first one must investigate if the probability transition matrices of two auxiliary Markov chains, related to the original one $X(\theta)$, have some special features.

The probability transition matrix

$$\hat{\mathbf{P}}(\theta) = [\hat{p}_{ij}(\theta)]_{i,j=0}^{x+1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Q}}(\theta) & [\mathbf{I} - \hat{\mathbf{Q}}(\theta)] \times \mathbf{1} \\ \mathbf{0}' & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

(where $\mathbf{0}$ is a column vector of $(x+1)$ zeroes) governs the absorbing Markov chain $\hat{X}(\theta) = \{\hat{X}_n(\theta), n \geq 0\}$ with state space $\{0, 1, \dots, x+1\}$ and has an associated first passage time to the absorbing state $(x+1)$ satisfying

$$\min \{n : \hat{X}_n(\theta) = x+1 \mid \hat{X}_0(\theta) = k\} =_{\mathcal{D}} RL_k(x; \theta). \quad (17)$$

This matrix is such that

$$\begin{aligned} \hat{a}_{ij}(\theta) &= \sum_{l=0}^j \hat{p}_{il}(\theta) = P[\hat{X}_{n+1}(\theta) \leq j \mid \hat{X}_n(\theta) = i] \\ &= F_{F_{\text{loss}, \text{out}}(\lambda_0 + \theta)}(j - i + \gamma), i, j \in \{0, 1, \dots, x\} \end{aligned} \quad (18)$$

decreases with i , for all $j \in \{0, 1, \dots, x\}$. Hence,

$$\hat{a}_{ij}(\theta) \geq \hat{a}_{i+1,j}(\theta), i \in \{0, 1, \dots, x-1\}, j \in \{0, 1, \dots, x\}; \quad (19)$$

that is, $\hat{\mathbf{P}}(\theta)$ is stochastically monotone, $\hat{\mathbf{P}}(\theta) \in \mathbf{M}$. Recalling that the random variable Z is stochastically smaller than W ($Z \leq_{\text{st}} W$) iff

$$\bar{F}_Z(x) \leq \bar{F}_W(x), -\infty < x < +\infty, \quad (20)$$

this special feature of $\hat{\mathbf{P}}(\theta)$ essentially means that, if we associate probability functions of discrete random variables to each row of $\hat{\mathbf{P}}(\theta)$, the associated random variables increase stochastically as we progress in the rows of $\hat{\mathbf{P}}(\theta)$:

$$(\hat{X}_{n+1}(\theta) \mid \hat{X}_n(\theta) = i) \leq_{\text{st}} (\hat{X}_{n+1}(\theta) \mid \hat{X}_n(\theta) = i+1), n \in \mathbb{N}_0, i \in \{0, 1, \dots, x\}. \quad (21)$$

¹ These stochastic monotonicity properties imply a monotonicity behaviour of the average run lengths because $Z \leq_{\text{st}} W \Rightarrow E(Z) \leq E(W)$, provided $E(Z)$ and $E(W)$ exist.

Moreover, since the *Poisson* random variable increases stochastically with its expected value — i.e., for $0 < \beta \leq \beta' < +\infty$,

$$\bar{F}_{Poisson(\beta)}(x) \leq \bar{F}_{Poisson(\beta')}(x), -\infty < x < +\infty \quad (22)$$

—, one concludes that:

$$d\bar{a}_{ij}(\theta)/d\theta \leq 0, i, j \in \{0, 1, \dots, x\}. \quad (23)$$

Similarly, to study the monotonicity properties of the performance measure $RL_k(x, y; \theta)$ one has to investigate the features of another probability transition matrix related to $\mathbf{P}(\theta)$:

$$\bar{\mathbf{P}}(\theta) = [\bar{p}_{ij}(\theta)]_{i,j=0}^{x+4} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Q}}(\theta) & [\mathbf{I} - \bar{\mathbf{Q}}(\theta)] \times \mathbf{1} \\ \mathbf{0}' & 1 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

This matrix rules the absorbing Markov chain $\bar{X}(\theta) = \{\bar{X}_n(\theta), n \geq 0\}$ with state space $\{0, 1, \dots, x+1\}$ and has first passage time to the absorbing state $(x+1)$ satisfying

$$\min\{n : \bar{X}_n(\theta) = x+1 \mid \bar{X}_0(\theta) = k\} =_{st} RL_k(x, y; \theta). \quad (25)$$

And, noting that

$$\begin{aligned} \bar{a}_{ij}(\theta) &= \sum_{l=0}^j \bar{p}_{il}(\theta) = P[\bar{X}_{n+1}(\theta) \leq j \mid \bar{X}_n(\theta) = i] = a_{i \min\{j, \min\{i+y, x\}\}}(\theta) \\ &= F_{Poisson(\lambda_0 + \theta)}(\min\{j, \min\{i+y, x\}\} - i + \gamma), i, j \in \{0, 1, \dots, x\} \end{aligned} \quad (26)$$

also decreases with i (see the matrix in expression (9)), it follows:

$$\bar{a}_{ij}(\theta) \geq \bar{a}_{i+1j}(\theta), i \in \{0, 1, \dots, x-1\}, j \in \{0, 1, \dots, x\}, \quad (27)$$

that is, $\bar{\mathbf{P}}(\theta) \in \mathbf{M}$. Additionally,

$$d\bar{a}_{ij}(\theta)/d\theta \leq 0, i, j \in \{0, 1, \dots, x\} \quad (28)$$

for the same reason pointed out to prove (23).

Under these conditions, the relaxed versions of results (15)/(17), and (16)/(18) from Morais and Pacheco (1998b) allow one to assert and illustrate the following stochastic and intuitive monotonicity properties.²

Property 1 — $RL_k(x; \theta)$ and $RL_k(x, y; \theta)$ stochastically decrease with the initial value given to the summary statistic —

$$RL_{k+1}(x; \theta) \leq_{st} RL_k(x; \theta), k \in \{0, 1, \dots, x-1\}, \quad (29)$$

$$RL_{k+1}(x, y; \theta) \leq_{st} RL_k(x, y; \theta), k \in \{0, 1, \dots, x-1\} \quad (30)$$

— due to the fact that $\tilde{\mathbf{P}}(\theta) \in \mathbf{M}$ (result (29)) and $\bar{\mathbf{P}}(\theta) \in \mathbf{M}$ (result (30)). In other words, giving a head start to the upper one-sided *Poisson CUSUM* control chart for λ leads to a stochastic decrease of both types of run lengths.

False alarms will be more likely to happen as the initial value of the summary statistic grows, as illustrated — for both decision rules with the set of parameters $s = 4$, $\lambda_0 = 2$, $\gamma = 3$, $x = 5$, $y = 3$ — by the graphs of Figure 2 and the 3D plot in Figure 3, and by columns 2-13 of Table 2. As a consequence, the expected time to a false alarm decreases as the initial value of the summary statistic grows, as one can see in the line corresponding to $\theta = 0$ in Table 3.

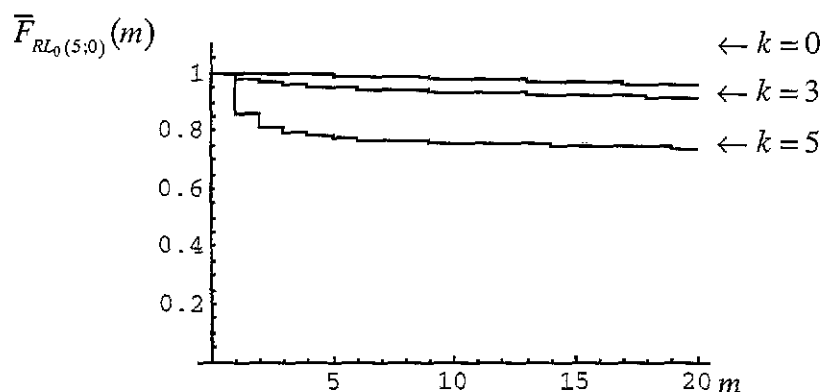
For example, a false alarm occurs within the first 5 samples with probability $1 - \bar{F}_{RL_5(5,3,0)}(5) = 0.025$ when the chart with the increment decision rule has no head start, whereas this probability increases to $1 - \bar{F}_{RL_5(5,3,0)}(5) = 0.035$ if a head start of $k = 2$ has been given to the chart.

Table 2 — Values of RL survival functions for both decision rules for different *abscissae* and some head starts

m	$\bar{F}_{RL_k(5;\theta)}(m)$						$\bar{F}_{RL_k(5,3;\theta)}(m)$					
	$k=0$			$k=2$			$k=0$			$k=2$		
	θ			θ			θ			θ		
	0.0	0.1	0.5	0.0	0.1	0.5	0.0	0.1	0.5	0.0	0.1	0.5
1	1.000	1.000	0.999	0.995	0.994	0.986	0.995	0.994	0.986	0.995	0.994	0.986
2	0.999	0.998	0.993	0.989	0.986	0.962	0.991	0.988	0.971	0.986	0.982	0.955
3	0.997	0.996	0.984	0.984	0.978	0.939	0.986	0.982	0.954	0.978	0.971	0.926
4	0.995	0.993	0.972	0.980	0.973	0.919	0.981	0.975	0.935	0.971	0.962	0.900
5	0.993	0.989	0.958	0.977	0.968	0.901	0.975	0.967	0.916	0.965	0.953	0.876
10	0.981	0.971	0.884	0.964	0.948	0.825	0.948	0.931	0.817	0.937	0.916	0.775
20	0.958	0.935	0.747	0.941	0.912	0.697	0.895	0.861	0.645	0.885	0.847	0.612
50	0.890	0.834	0.451	0.874	0.814	0.420	0.755	0.682	0.318	0.746	0.671	0.302
100	0.788	0.689	0.194	0.774	0.672	0.181	0.567	0.463	0.098	0.561	0.455	0.093
200	0.617	0.470	0.036	0.606	0.459	0.034	0.321	0.213	0.009	0.317	0.209	0.009
500	0.297	0.149	0.000	0.292	0.146	0.000	0.058	0.021	0.000	0.057	0.020	0.000

² Results (15) and (17) ((16) and (18)) from Morais and Pacheco (1998b) hold when $\mathbf{P}(\theta) \in \mathbf{M}$ ($\mathbf{P}(\theta)$ is a stochastically monotone convex matrix — see Li and Shaked (1997) for the definition of this type of matrix). They also hold if $\tilde{\mathbf{P}}(\theta) \in \mathbf{M}$ ($\bar{\mathbf{P}}(\theta) \in \mathbf{M}$), thus, relaxing the sufficient conditions.

Figure 2 — Graphs of the $RL_k(5;0)$ survival function for initial states $k = 0, 3, 5$

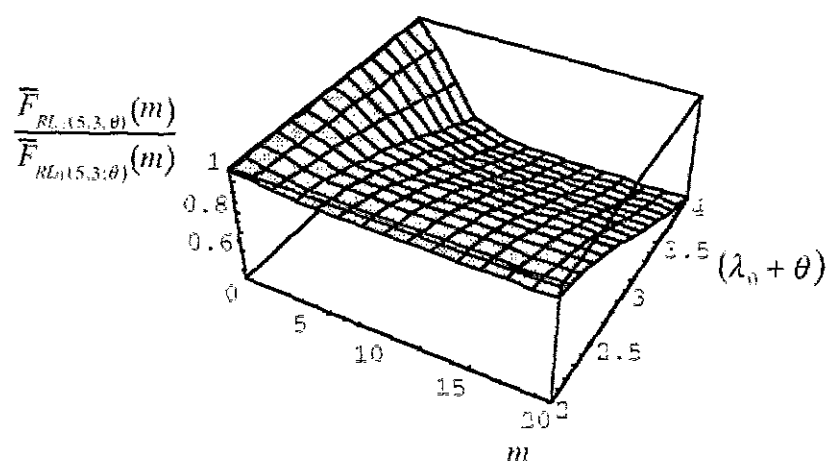


Similarly, the number of samples taken until detection of an increase in λ will be stochastically reduced by increasing the initial value of the summary statistic — see, for instance, columns 3-4/6-7 and 9-10/12-13 of Table 2. With respect to the increment decision rule, Figure 3 suggests that larger values of θ imply a more distinct behaviour between $RL_0(x, y; \theta)$ and $RL_y(x, y; \theta)$.

Table 3 — ARL values for the standard and the increment decision rule and $[1 - ARL_k(x, y; \theta)/ARL_k(x; \theta)] \times 100\%$ values, for several head starts and different θ

θ	$ARL_k(5; \theta)$			$ARL_k(5, 3; \theta)$			$\left[1 - \frac{ARL_k(5, 3; \theta)}{ARL_k(5; \theta)}\right] \times 100\%$		
	k			k			k		
	0	2	4	0	2	4	0	2	4
0.0	412.5	405.3	368.0	176.5	174.5	159.2	57.220	56.955	56.730
0.1	264.5	258.2	229.4	130.1	128.0	114.5	50.830	50.433	50.100
0.2	175.6	170.1	147.5	97.2	95.1	83.2	44.665	44.099	43.625
0.3	120.6	115.6	97.7	73.7	71.5	61.1	38.926	38.149	37.506
0.4	85.5	81.1	66.7	56.7	54.5	45.4	33.752	32.727	31.890
0.5	62.6	58.5	46.8	44.3	42.2	34.2	29.224	27.917	26.869
1.0	19.5	16.9	11.8	16.4	14.8	10.6	15.639	12.657	10.611
1.5	9.7	7.8	5.1	8.6	7.3	4.9	11.431	6.635	4.177
2.0	6.2	4.8	3.1	5.5	4.6	3.0	10.831	4.089	1.745

Figure 3 — 3D Plot of the ratio $\bar{F}_{RL_0(5,3;\theta)}(m)/\bar{F}_{RL_0(5,3;\theta)}(m)$ for $\theta \in [0,2]$



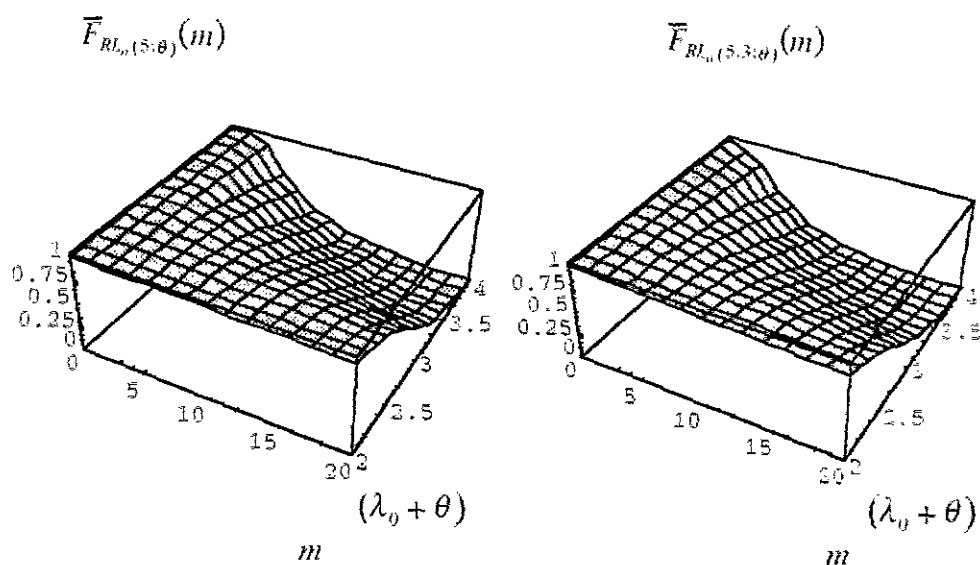
Property 2 — $RL_k(x;\theta)$ and $RL_k(x,y;\theta)$ stochastically decrease with the process parameter θ , that is, for a fixed initial state $k \in \{0,1,\dots,x\}$ —

$$RL_k(x;\theta') \leq_{st} RL_k(x;\theta), \quad 0 \leq \theta \leq \theta' < +\infty, \quad (31)$$

$$RL_k(x,y;\theta') \leq_{st} RL_k(x,y;\theta), \quad 0 \leq \theta \leq \theta' < +\infty \quad (32)$$

— as a consequence of $\tilde{P}(\theta) \in M$ and (23) (result (31)), and of $\bar{P}(\theta) \in M$ and (28) (result (32)).

Figure 4 — 3D Plots of $RL_0(5;\theta)$ and $RL_0(5,3;\theta)$ survival functions for $\theta \in [0,2]$



These results mean that, for both decision rules, the control chart stochastically increases its ability to detect an increase in the expected defects count as this increase becomes more severe — as suggested by the two 3D plots of Figure 4, and the values of the several survival functions in Table 2 and of the average run lengths in Table 3.

It is worth mentioning here that results (29) and (31) can be thought as one of the possible extensions mentioned in the last section of Morais and Pacheco (1998a).

4. STOCHASTIC COMPARISON OF DECISION RULES

The stochastic improvement on the performance of the upper one-sided *Poisson CUSUM* chart, derived from the adoption of the increment rule, is discussed in detail in this section.

One starts by establishing a stochastic order relation, in the Kalmikov sense (Kulkarni (1995), pp. 148-149), between the transition probability matrices $\tilde{\mathbf{P}}(\theta)$ and $\overline{\mathbf{P}}(\theta)$:

$$\tilde{\mathbf{P}}(\theta) \leq_K \overline{\mathbf{P}}(\theta), \quad (33)$$

i.e.,

$$\sum_{l=k}^{x+1} \tilde{p}_{il}(\theta) \leq \sum_{l=k}^{x+1} \overline{p}_{il}(\theta), \quad 0 \leq i \leq m \leq x+1, 0 \leq k \leq x+1, \quad (34)$$

This is due to the facts that

$$\tilde{a}_{ij}(\theta) \geq \overline{a}_{ij}(\theta), \quad i, j \in \{0, 1, \dots, x\} \quad (35)$$

(which is rather obvious after checking (9)) and both $\tilde{a}_{ij}(\theta)$ and $\overline{a}_{ij}(\theta)$ decrease with i . Result (33) can also be written as

$$\left(\tilde{X}_{n+1}(\theta) \middle| \tilde{X}_n(\theta) = i \right) \leq_{st} \left(\overline{X}_{n+1}(\theta) \middle| \overline{X}_n(\theta) = m \right), \quad n \in \mathbb{N}_0, 0 \leq i \leq m \leq x, \quad (36)$$

which implies, for example, that $\tilde{X}_{n+1}(\theta)$ tends to be smaller than $\overline{X}_{n+1}(\theta)$ if the two Markov chains, $\tilde{X}(\theta)$ and $\overline{X}(\theta)$, have the same initial state. In fact, using theorem 3.31 of Kulkarni (1995, p.149), one has

$$\tilde{X}(\theta) \leq_{st} \overline{X}(\theta) \quad (37)$$

provided that

$$\tilde{X}_0(\theta) \leq_{st} \bar{X}_0(\theta) \text{ and } \tilde{P}(\theta) \leq_K \bar{P}(\theta). \quad (38)$$

Then the two Markov chains referred above can be compared stochastically.

The stochastic relation order (37) is equivalent to

$$P[\tilde{X}_{n_1}(\theta), \dots, \tilde{X}_{n_k}(\theta) \in A] \leq P[\bar{X}_{n_1}(\theta), \dots, \bar{X}_{n_k}(\theta) \in A] \quad (39)$$

for all $k \geq 1$, $0 \leq n_1 \leq \dots \leq n_k$ and increasing sets $A \subset \mathbf{R}^k$,³ it is also equivalent to a far more convenient result (Shaked and Shanthikumar (1994), p.124):

$$E\{g[\tilde{X}(\theta)]\} \leq E\{g[\bar{X}(\theta)]\} \quad (40)$$

for every increasing functional g for which the expectations in (40) exist.⁴

Let

$$g(x_0, \dots, x_m) = \min\left\{1, \sum_{n=0}^m I_{[x+1, +\infty)}(x_n)\right\} \quad m = 0, 1, \dots \quad (41)$$

Noting that g is an increasing functional and the survival function of $RL_k(x; \theta)$ and $RL_k(x, y; \theta)$ can be written in terms of the number of visits to the absorbing state as

$$P[RL_k(x; \theta) > m] = 1 - E\{g[\tilde{X}(\theta)]\} = 1 - E\left(\min\left\{1, \sum_{n=0}^m I_{[x+1]}[\tilde{X}_n(\theta)]\right\}\right) \quad (42)$$

$$P[RL_k(x, y; \theta) > m] = 1 - E\{g[\bar{X}(\theta)]\} = 1 - E\left(\min\left\{1, \sum_{n=0}^m I_{[x+1]}[\bar{X}_n(\theta)]\right\}\right). \quad (43)$$

one immediately concludes from (37) and (40) that

$$P[RL_k(x, y; \theta) > m] \leq P[RL_k(x; \theta) > m], \quad -\infty < m < +\infty, \theta \geq 0. \quad (44)$$

Property 3 — The stochastic result (44) can be phrased more vividly by saying that the adoption of the increment rule stochastically reduces the run length of the upper one-sided *Poisson CUSUM* control chart, i.e.,

$$RL_k(x, y; \theta) \leq_{st} RL_k(x; \theta), \quad k \in \{0, 1, \dots, x\}, \theta \geq 0. \quad (45)$$

Thus, this chart has a larger ability of discriminating increases in the expected value of the defects count when the increment decision rule is adopted, leading to a

³ Recall that a set $A \subset \mathbf{R}^n$ is said to be an increasing set if $x \in A \Rightarrow y \in A$ for all $x, y \in \mathbf{R}^n$ such that $x_i \leq y_i$, $i = 1, \dots, n$. See Kulkarni (1995), p. 588, for the definition of stochastic ordering in a multivariate setting.

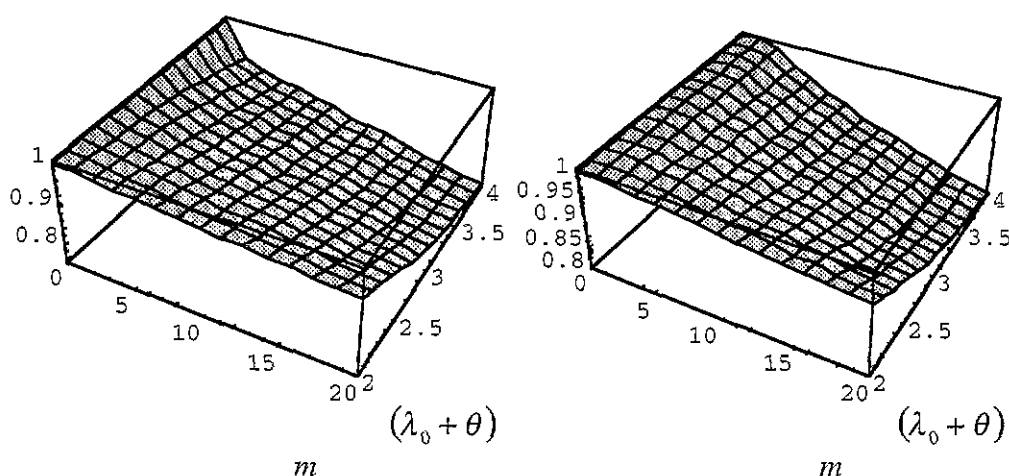
⁴ A functional g is called increasing if $g(\{x_n, n \geq 0\}) \leq g(\{y_n, n \geq 0\})$ whenever $x_n \leq y_n, n \geq 0$ (Shaked and Shanthikumar (1994), p.124).

smaller average run length. These results are illustrated by columns 2-7 and 8-13 of Table 2 (with $\theta \neq 0$) and by columns 8-10 of Table 3 (also considering $\theta \neq 0$) and by the comparison of the two 3D plots from Figure 4.

Figure 5 — 3D Plots of the ratio $\bar{F}_{RL_0(5,3;\theta)}(m)/\bar{F}_{RL_0(5;\theta)}(m)$ and $\bar{F}_{RL_3(5,3;\theta)}(m)/\bar{F}_{RL_3(5;\theta)}(m)$, for $\theta \in [0, 2]$

$$\bar{F}_{RL_0(5,3;\theta)}(m)/\bar{F}_{RL_0(5;\theta)}(m)$$

$$\bar{F}_{RL_3(5,3;\theta)}(m)/\bar{F}_{RL_3(5;\theta)}(m)$$



For example, the adoption of the increment decision rule yields a benefit of $[1 - ARL_0(5,3;0.2)/ARL_0(5;0.2)] \times 100\% = 44.665\%$ in the average run length of the chart. This benefit in the average run length seems to depend weakly on the initial value of the summary statistic, for small and moderate values of θ . But it is clearly dependent on θ (for fixed k).

However, the adoption of the increment decision rule has an unpleasant disadvantage: it leads to stochastically smaller run lengths when the production process is in-control, therefore false alarms occur more frequently, as suggested by columns 2, 5, 8 and 11 of Table 2.

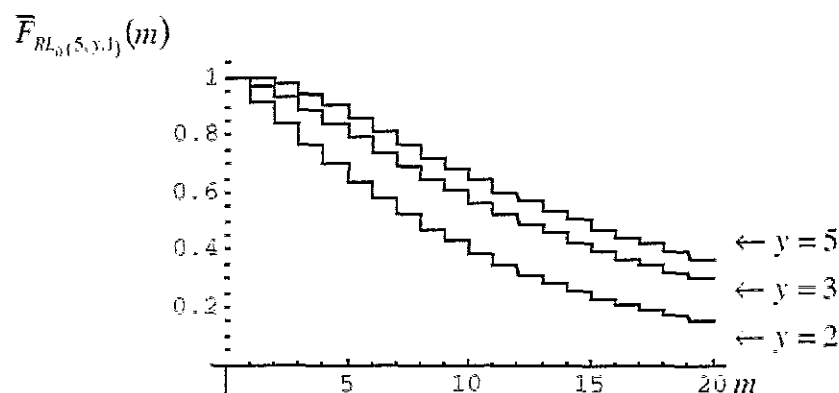
It is also possible to state a stochastic monotonicity result in y : if the critical increment for the summary statistic increases from y to y' ($0 \leq y \leq y' \leq x$), one is bound to stochastically increase the run length of the control chart. In fact, by inspection of the block matrix (9), one has the following stochastic order relation, in the Kalmikov sense, between the transition probability matrices $\bar{P}(\theta)$ and $\bar{P}'(\theta)$ (with this latter matrix obviously associated to the critical increment y'):

$$\bar{P}'(\theta) \leq_K \bar{P}(\theta). \quad (46)$$

Property 4 — By similar arguments to the used before, one concludes that, for $k \in \{0, 1, \dots, x\}$ and $\theta \geq 0$,

$$RL_k(x, y; \theta) \leq RL_k(x, y'; \theta), 0 \leq y \leq y' \leq x. \quad (47)$$

Figure 6 — Graphs of $RL_0(5, y; 1)$ survival function for several values of y



Increasing y means being less demanding with the increment decision rule. This property is fully suggested by Figures 6 and 7, by columns 2-7 and 8-13 of Table 4, and by Table 5.

For instance, a false alarm occurs within the first 100 samples with probability $1 - \bar{F}_{RL_0(5,3,0)}(100) = 0.433$, for the chart with the increment decision rule, no head start and $y = 3$. This probability decreases to $1 - \bar{F}_{RL_0(5,4,0)}(100) = 0.253$ if one adopts $y = 4$.

Table 4 — Values of $\bar{F}_{RL_k(5, y; \theta)}(m)$ for two values of y , several abscissae and some values of θ

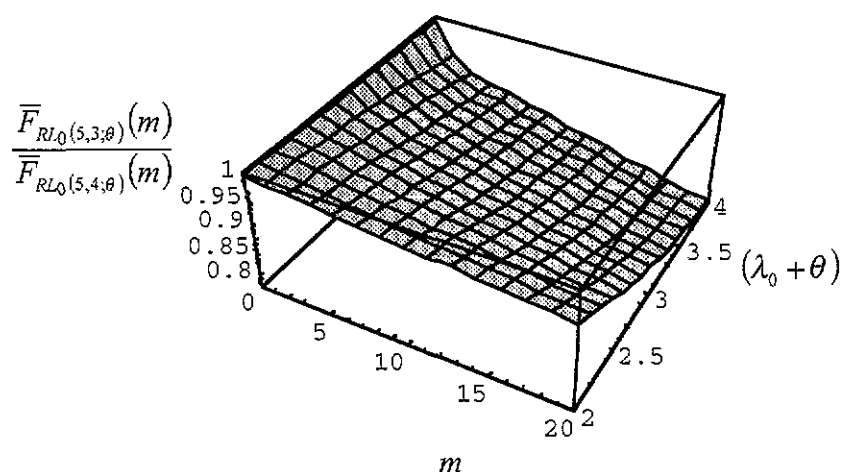
m	$\bar{F}_{RL_k(5,3;\theta)}(m)$						$\bar{F}_{RL_k(5,4;\theta)}(m)$					
	$k=0$			$k=3$			$k=0$			$k=3$		
	θ			θ			θ			θ		
	0.0	0.2	0.5	0.0	0.2	0.5	0.0	0.2	0.5	0.0	0.2	0.5
1	0.995	0.994	0.986	0.983	0.975	0.958	0.999	0.998	0.996	0.983	0.975	0.957
2	0.991	0.988	0.971	0.967	0.949	0.911	0.997	0.995	0.989	0.969	0.951	0.913
3	0.986	0.982	0.954	0.956	0.929	0.872	0.995	0.991	0.978	0.959	0.934	0.879
4	0.981	0.975	0.935	0.947	0.914	0.841	0.993	0.985	0.965	0.953	0.921	0.852
5	0.975	0.967	0.916	0.940	0.901	0.815	0.990	0.980	0.950	0.948	0.912	0.830
10	0.948	0.931	0.817	0.911	0.851	0.716	0.976	0.949	0.872	0.932	0.878	0.751
20	0.895	0.861	0.645	0.861	0.766	0.565	0.947	0.889	0.729	0.905	0.822	0.627
50	0.755	0.682	0.318	0.725	0.560	0.279	0.867	0.731	0.426	0.828	0.675	0.366
100	0.567	0.463	0.098	0.545	0.332	0.086	0.747	0.527	0.174	0.714	0.487	0.149
200	0.321	0.213	0.009	0.308	0.117	0.008	0.556	0.274	0.029	0.531	0.253	0.025
500	0.058	0.021	0.000	0.056	0.005	0.000	0.229	0.038	0.000	0.218	0.036	0.000

Table 5 — $ARL_k(5, y; \theta)$ for several head starts, values of y and different θ

θ	$ARL_k(5, 2; \theta)$			$ARL_k(5, 3; \theta)$			$ARL_k(5, 5; \theta) = ARL_k(5; \theta)$		
	k			k			k		
	0	1	3	0	1	3	0	1	3
0.0	59.4	59.3	58.3	176.5	175.9	169.7	412.5	410.5	393.3
0.1	47.8	47.7	46.7	130.1	129.5	123.6	264.5	262.7	248.5
0.2	39.0	38.9	37.8	97.2	96.6	91.0	175.6	173.9	162.2
0.3	32.1	32.0	30.8	73.7	73.0	67.8	120.6	119.0	109.1
0.4	26.8	26.6	25.4	56.7	56.0	51.2	85.5	84.1	75.6
0.5	22.5	22.4	21.1	44.3	43.6	39.2	62.6	61.2	54.0
1.0	9.6	9.4	8.3	16.4	15.8	12.9	19.5	18.5	14.7
1.5	6.3	6.2	5.3	8.6	8.1	6.2	9.7	8.9	6.5
2.0	4.3	4.14	3.5	5.5	5.1	3.8	6.2	5.6	4.0

An increase of $\theta = 0.2$ is not detected by none of the 100 samples with probability $\bar{F}_{RL_0(5,3;0.2)}(100) = 0.463$, if one has adopted the chart with the increment decision rule, no head start and $y = 3$. This probability increases to $\bar{F}_{RL_0(5,4;0.2)}(100) = 0.527$ if the critical value of the increment is increased to $y = 4$.

Figure 7 — 3D plot of $\bar{F}_{RL_0(5,3;\theta)}(m) / \bar{F}_{RL_0(5,4;\theta)}(m)$, for $\theta \in [0, 2]$



4. CONCLUDING REMARKS

A new decision rule was proposed in this paper, the increment decision rule. It was shown that it gives tighter process control than the standard decision rule, in the sense that it stochastically increases the ability to detect increases in the expected value of the defects count by the upper-one sided *Poisson CUSUM* control chart. However, it also increases stochastically the time between two consecutive false alarms. Hence, the choice of the critical value for the increment — i.e., the design of an upper-one sided *Poisson CUSUM* chart with the increment decision rule — should be done having in mind that a compromise between short run lengths when the production is out-of-control and large run lengths while it is in-control should always be made.

The increment decision rule can be implemented with any upper one-sided control chart. If the summary statistic takes non-negative integer values then:

- $RL_k(x, y; \theta)$ stochastically decreases with the initial value k given to the summary statistic.
- If in addition the partial sums $\bar{a}_j(\theta)$ of $\bar{P}(\theta)$ decrease with θ , an increase in θ implies a stochastic reduction of $RL_k(x, y; \theta)$.
- $RL_k(x, y; \theta)$ stochastically increases with y since an increase in y is followed by a decrease of $\bar{P}(\theta)$ in the Kalmikov sense.
- The adoption of the increment decision rule stochastically reduces the run length of the chart.

Further extensions are possible. Take for instance, the operation of an upper one-sided control scheme with a summary statistic that can be regarded as forming a Markov chain with continuous state space. In such cases, the run length is approximated by the first passage time of a Markov chain with $\mathbf{N}_j$ as state space (see Lucas and Saccucci (1990)). Under the conditions mentioned above, the run length of the approximating chain have the four stochastic properties referred here. Moreover, as noted by Morais and Pacheco (1998b), those properties are still valid for the run length associated to the Markov chain with continuous state space.

Analogous results can be derived for lower one-sided control charts with what could be called the decrement decision rule.

ACKNOWLEDGEMENTS

This paper was written with the partial support of grants Praxis PCEX/P/MAT/41/96 and Praxis PCEX/P/MAT/10002/98.

REFERENCES

- BROOK, D. and EVANS, D.A. (1972) "An approach to the probability distribution of cusum run length", *Biometrika*, Vol. 59, pp. 539-549.
- COLLANI, E. (1989) *The Economic Design of Control Charts*, B.G. Teubner, Stuttgart.
- DEVOR, R.E., CHANG, T. and SUTHERLAND, J.W. (1992) *Statistical Quality Design and Control: Contemporary Concepts and Methods*, Macmillan Publishing Company.
- KEILSON, J. and KESTER, A. (1977) "Monotone matrices and monotone Markov processes", *Stochastic Processes and their Applications*, Vol. 5, pp. 231-241.
- KULKARNI, V.G. (1995) *Modeling and Analysis of Stochastic Systems*, Chapman and Hall.
- LI, H. and SHAKED, M. (1997) "Ageing first-passage times of Markov processes: a matrix approach", *Journal of Applied Probability*, Vol. 34, pp. 1-13.
- LUCAS, J.M. (1985) "Counted data CUSUM's", *Technometrics*, Vol. 32, pp. 129-144.
- LUCAS, J.M. and SACCUCCI, M.S. (1990) "Exponentially Weighted Moving Average control schemes: properties and enhancements", *Technometrics*, Vol. 32, pp. 1-12.
- MONTGOMERY, D.C. (1985) *Introduction to Statistical Quality Control*, John Wiley & Sons.
- MORAIS, M.C. and NATÁRIO, I. (1998) "Improving an upper one-sided c - chart", *Communications in Statistics — Theory and Methods*, Vol. 27, pp. 353-364.
- MORAIS, M.C. and PACHECO, A. (1998a) "Two stochastic properties of one-sided Exponentially Weighted Moving Average controls charts", *Communications in Statistics — Simulation and Computation*, Vol. 27, pp. 937-952.
- MORAIS, M. C. and PACHECO, A. (1998b) "Comparação estocástica de tempos de primeira passagem: uma aplicação a controlo de qualidade, fiabilidade e filas de espera", (in portuguese). Accepted for publication in the *Proceedings of the VI Annual Meeting of the Portuguese Statistical Society* — Tomar, 9-12 June 1998.
- SHAKED, M. and SHANTHIKUMAR, J.G. (1994). *Stochastic Orders and Their Applications*, Academic Press.
- WOLFRAM, S. (1996). *The Mathematica Book — 3rd edition (Mathematica Version 3.0)*, Wolfram Media, Cambridge University Press.

VOLUME 1

1º QUADRIMESTRE DE 1999

CÁLCULO NUMÉRICO DAS PROBABILIDADES TRANSEUNTES DO SISTEMA $M|M|m|m$

Autor:
Manuel Martins Ferreira

VOLUME 1

1º QUADRIMESTRE DE 1999

CÁLCULO NUMÉRICO DAS PROBABILIDADES TRANSEUNTES DO SISTEMA $M|M|m|m$

NUMERICAL COMPUTATION OF THE $M|M|m|m$ SYSTEM'S TRANSIENT PROBABILITIES

Autor: Manuel Alberto Martins Ferreira
- Professor Auxiliar do I.S.C.T.E.

RESUMO:

- Na maior parte das aplicações da Teoria das Filas de Espera a problemas de Investigação Operacional, o conhecimento do Comportamento Transeunte é da maior importância. Na análise de modelos estocásticos, em geral é difícil obter expressões exactas simples para o comportamento transeunte. Neste trabalho, através da transformada de Laplace e de métodos matriciais, resolve-se o sistema de equações diferenciais às diferenças que descreve o sistema $M|M|m|m$. Os resultados obtidos permitem um método numérico de cálculo das probabilidades de estado transeuntes, de fácil implementação computacional.

PALAVRAS-CHAVE:

- $M|M|m|m$, Probabilidades Transeuntes, Matrizes.

ABSTRACT:

- For many applications of queueing theory to operational research problems the knowledge of transient behaviour is of great importance. In stochastic model analysis, it is usually difficult to get simple exact expressions for the transient behaviour. In this paper, we solve a difference differential equations system that describes the $M|M|m|m$ system by using Laplace transforms and matrix methods. The results obtained allow a numerical method to compute the state transient probabilities, of easy computational implementation.

KEY WORDS:

- $M|M|m|m$, Transient probabilities, Matrices.

VOLUME 1

1º QUADRIMESTRE DE 1999

CÁLCULO NUMÉRICO DAS PROBABILIDADES TRANSEUNTES DO SISTEMA M|M|m|m

Sendo $N(t)$ o número de servidores do sistema M|M|m|m, $m \in \mathbb{N}$, ocupados no instante t , pondo $p_n(t) = P[N(t) = n]$, $t \geq 0$, $0 \leq n \leq m$, tem-se que:

$$p'_n(t) = \lambda_0 p_{n-1}(t) + \mu(n+1)p_{n+1}(t) - (\lambda_0 + \mu n)p_n(t), \quad 1 \leq n \leq m-1,$$

$$p'_0(t) = \mu p_1(t) - \lambda_0 p_0(t),$$

$$p'_m(t) = \lambda_0 p_{m-1}(t) - \mu m p_m(t),$$

em que λ_0 é a taxa do processo de Poisson de chegadas ao sistema, μ é a taxa do serviço exponencial fornecido a cada cliente e $p_n(0) = \delta_{n,n_0}$, $0 \leq n_0 \leq m$, $0 \leq n \leq m$, em que δ é o símbolo de Kronecker, sendo n_0 o número de servidores ocupados em $t = 0$ (ver, por exemplo, (Knessl, 1990)).

Para resolver este sistema vamos usar a transformada de Laplace-Stieltjes aplicada às funções $p_n(t)$, $0 \leq n \leq m$, $t \geq 0$, consideradas apenas funções de t .

Então, designando a transformada de Laplace-Stieltjes de $p_n(t)$ por $P_n(s)$, $0 \leq n \leq m$, aquele sistema dá origem a:

$$sP_n(s) - p_n(0) = \lambda_0 P_{n-1}(s) + \mu(n+1)P_{n+1}(s) - (\lambda_0 + \mu n)P_n(s), \quad 1 \leq n \leq m-1,$$

$$sP_0(s) - p_0(0) = \mu P_1(s) - \lambda_0 P_0(s),$$

$$sP_m(s) - p_m(0) = \lambda_0 P_{m-1}(s) - \mu m P_m(s).$$

Este sistema é equivalente a:

$$(s + \lambda_0)P_0(s) = \mu P_1(s) + p_0(0),$$

$$(s + \lambda_0 + \mu n)P_n(s) = \lambda_0 P_{n-1}(s) + \mu(n+1)P_{n+1}(s) + p_n(0), \quad 1 \leq n \leq m-1,$$

$$(s + \mu m)P_m(s) = \lambda_0 P_{m-1}(s) + p_m(0),$$

que, na forma matricial, se pode escrever

$$\begin{bmatrix} s + \lambda_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & s + \lambda_0 + \mu & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s + \lambda_0 + 2\mu & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & s + \lambda_0 + (m-1)\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & s + m\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0(s) \\ P_1(s) \\ P_2(s) \\ \vdots \\ P_{m-1}(s) \\ P_m(s) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \mu & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \lambda_0 & 0 & 2\mu & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & m\mu \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0(s) \\ P_1(s) \\ P_2(s) \\ \vdots \\ P_{m-1}(s) \\ P_m(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_0(0) \\ p_1(0) \\ p_2(0) \\ \vdots \\ p_{m-1}(0) \\ p_m(0) \end{bmatrix}$$

ou, ainda,

$$\begin{bmatrix} s + \lambda_0 & -\mu & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\lambda_0 & s + \lambda_0 + \mu & -2\mu & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_0 & s + \lambda_0 + 2\mu & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & s + \lambda_0 + (m-1)\mu & -m\mu \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\lambda_0 & s + m\mu \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} P_0(s) \\ P_1(s) \\ P_2(s) \\ \vdots \\ P_{m-1}(s) \\ P_m(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0(0) \\ p_1(0) \\ p_2(0) \\ \vdots \\ p_{m-1}(0) \\ p_m(0) \end{bmatrix}$$

e, também, $(sI - A)\bar{P}(s) = \bar{p}(0)$ em que I é a matriz identidade de ordem $m + 1$,

$$A = \begin{bmatrix} -\lambda_0 & \mu & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \lambda_0 & -\lambda_0 - \mu & 2\mu & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & -\lambda_0 - 2\mu & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\lambda_0 - (m-1)\mu & m\mu \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_0 & -m\mu \end{bmatrix},$$

$$\bar{P}(s) = \begin{bmatrix} P_0(s) \\ P_1(s) \\ P_2(s) \\ \vdots \\ P_{m-1}(s) \\ P_m(s) \end{bmatrix} \text{ e } \bar{p}(t) = \begin{bmatrix} p_0(t) \\ p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_{m-1}(t) \\ p_m(t) \end{bmatrix}, \quad t \geq 0.$$

Então, $\bar{P}(s) = (sI - A)^{-1} \bar{p}(0) = \frac{1}{s} \left(I - \frac{1}{s} A \right)^{-1} \bar{p}(0) = \frac{1}{s} \cdot \left(I + \frac{1}{s} A + \frac{1}{s^2} A^2 + \cdots + \frac{1}{s^n} + \cdots \right) \bar{p}(0)$ e, portanto, $\bar{P}(s) = \left(\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j} A^{j-1} \right) \bar{p}(0)$ de que resulta, por inversão da transformada de Laplace-Stieltjes, como é evidente

$$\bar{p}(t) = \left(\sum_{j=0}^{\infty} \frac{t^j}{j!} A^j \right) \bar{p}(0), \quad t \geq 0 \quad (1),$$

Note-se que (1) pode escrever-se, simbolicamente, na forma

$$\bar{p}(t) = e^{tA} \bar{p}(0), \quad t \geq 0 \quad (2),$$

— Para $m=1$, $A = \begin{bmatrix} -\lambda_0 & \mu \\ \lambda_0 & -\mu \end{bmatrix}$.

Para calcular A^j , determinemos os valores próprios de $A: \begin{vmatrix} \lambda_0 - x & \mu \\ \lambda_0 & -\mu - x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x^2 + (\lambda_0 + \mu)x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -(\lambda_0 + \mu).$

$$\text{Então, } \begin{cases} b_0 + b_1(-(\lambda_0 + \mu)) = (-(\lambda_0 + \mu))^j \\ b_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_0 = 0 \\ b_1 = \frac{(-(\lambda_0 + \mu))^j}{\lambda_0 + \mu} \end{cases}.$$

Assim,

$$A^j = b_0 I + b_1 A = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu}(-(\lambda_0 + \mu))^j - \frac{\mu}{\lambda_0 + \mu}(-(\lambda_0 + \mu))^j \\ -\frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu}(-(\lambda_0 + \mu))^j \frac{\mu}{\lambda_0 + \mu}(-(\lambda_0 + \mu))^j \end{bmatrix}, j \geq 1.$$

$$\begin{aligned} \text{Portanto, } \sum_{j=0}^{\infty} \frac{t^j}{j!} A^j &= \begin{bmatrix} \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu} e^{-(\lambda_0 + \mu)t} + \frac{\mu}{\lambda_0 + \mu} - \frac{\mu}{\lambda_0 + \mu} e^{-(\lambda_0 + \mu)t} + \frac{\mu}{\lambda_0 + \mu} \\ -\frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu} e^{-(\lambda_0 + \mu)t} + \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu} \frac{\mu}{\lambda_0 + \mu} e^{-(\lambda_0 + \mu)t} + \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\rho_0}{1 + \rho_0} e^{-(\lambda_0 + \mu)t} + \frac{1}{1 + \rho_0} - \frac{1}{1 + \rho_0} e^{-(\lambda_0 + \mu)t} + \frac{1}{1 + \rho_0} \\ -\frac{1}{1 + \rho_0} e^{-(\lambda_0 + \mu)t} + \frac{\rho_0}{1 + \rho_0} \frac{1}{1 + \rho_0} e^{-(\lambda_0 + \mu)t} + \frac{\rho_0}{1 + \rho_0} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

em que $\rho_0 = \frac{\lambda_0}{\mu}$, o que está de acordo com os resultados já conhecidos. Note-se que

a primeira coluna da matriz respeita ao sistema inicialmente vazio, e a segunda ao sistema inicialmente ocupado,

- como ilustra este exemplo, se conseguirmos resolver a equação característica $[A - xI] = 0$, podemos dar a (1) uma forma alternativa em que não figuram séries. No entanto, este modo de resolver o sistema é equivalente a fazê-lo através de uma equação diferencial ordinária, de ordem $m+1$, de coeficientes constantes, homogênea. Em (Ramalhoto e Ferreira, 1991) já analisámos as dificuldades que tal método de resolução comporta para $m \geq 3$. Portanto, não vamos seguir aqui essa via, mas sim analisar de que modo (1) pode fornecer valores aproximados para so $p_n(t)$.

Assim, se em (1) tomarmos um número finito de termos, $F + 1$, obtém-se

$$\bar{p}(t) \cong \left(\sum_{j=0}^F \frac{t^j}{j!} A^j \right) \bar{p}(0), \quad t \geq 0 \quad (3),$$

sendo o erro cometido

$$R_F = \left(\sum_{j=F+1}^{\infty} \frac{t^j}{j!} A^j \right) \bar{p}(0), \quad t \geq 0 \quad (4).$$

Note-se que:

- (3) é um desenvolvimento assintótico de $\bar{p}(t)$, na vizinhança da origem dos tempos. Basta notar que $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{R_F(t)}{t^F} = 0$,
- a (3) pode dar-se a forma

$$\bar{p}(t) \cong \left(\sum_{j=0}^F \frac{(t\mu)^j}{j!} B^j \right) \bar{p}(0), \quad t \geq 0 \quad (5)$$

$$\text{em que } B = \begin{bmatrix} -\rho_0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \rho_0 & -\rho_0 - 1 & 2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \rho_0 & -\rho_0 - 2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\rho_0 - (m-1) & m \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \rho_0 & -m \end{bmatrix}.$$

Portanto, com ρ_0 , t e m fixos, (3) é assintótico com μ na vizinhança da origem,

- no cálculo de (3) (ver, por exemplo, (Laginha, 1958)) é necessário efectuar

$$\phi(F, m) = (F-1) \cdot (m+1)^3 + (m+1)^2 + F^2 \quad (6)$$

multiplicações e

$$\theta(F, m) = (F-1) \cdot (m+1)^3 + m(m-1) \quad (7)$$

adições.

Para quantificarmos R_F vamos estabelecer que (Laginha, 1958),

- define-se norma da matriz de A , e designa-se por $N(A)$, como a maior soma de valores absolutos dos elementos de qualquer coluna da matriz,
- $N(\lambda A) = |\lambda| N(A)$, $\lambda \in \mathbb{C}$,
- $N(A+B) \leq N(A) + N(B)$,
- $N(AB) \leq N(A)N(B)$,
- $N(A^{(j)}) \leq [N(A)]^j$, $j \in \mathbb{N}_0$.

Então, $N(R_F) \leq \left(\sum_{j=F+1}^{\infty} \frac{t^j}{j!} [N(A)]^j \right)$, já que $N[\bar{p}(0)] = 1$ e $t \geq 0$.

Ainda, $N(R_F) \leq \frac{t^F}{F!} [N(A)]^F \frac{1}{1 - t \frac{N(A)}{F+1}}$, desde que $F \geq [tN(A)] + 1$ em que

$[x]$ é a característica de x .

Como, neste caso, $N(A) \leq 2(\lambda_0 + m\mu)$ tem-se que

– se $F \geq [2t(\lambda_0 + m\mu)] + 1$

$$N(R_F) \leq \frac{[2t(\lambda_0 + m\mu)]^F}{F!} \cdot \frac{F+1}{F+1 - 2t(\lambda_0 + m\mu)} \quad (8).$$

A proposição anterior também se pode escrever, de modo equivalente,

$$- \text{ se } F \geq [2t\mu(\rho_0 + m)] + 1$$

$$N(R_F) \leq \frac{[2t\mu(\rho_0 + m)]^F}{F!} \cdot \frac{F+1}{F+1 - 2t\mu(\rho_0 + m)} \quad (9)$$

e, também,

$$- \text{ se } F \geq [2t\mu m(\rho + 1)] + 1$$

$$N(R_F) \leq \frac{[2t\mu m(\rho + 1)]^F}{F!} \cdot \frac{F+1}{F+1 - 2t\mu m(\rho + 1)} \quad (10)$$

em que $\rho = \frac{\rho_0}{m}$.

(8) garante-nos que, à parte limitações de natureza computacional, podemos calcular os $p_n(t)$ com a aproximação desejada desde que consideremos os termos suficientes em (3). Garantir que $N(R_F)$ é inferior a um certo valor ε garante que cada $p_n(t)$ é calculado também com um erro inferior a ε .

Para um dado sistema, isto é: fixadas λ_0 , μ e m , as situações serão tanto mais favoráveis quanto menores os valores de t (menos termos teremos que considerar para garantir que o erro é inferior ou igual a um certo valor). Isto está de acordo com o facto de (3) ser assintótico, na origem dos tempos, com t .

Fixados t , ρ_0 e m as situações serão tanto mais favoráveis quanto menores os valores de μ . Também vimos que, neste caso, (3) é assintótico com μ na vizinhança de $\mu = 0$.

Finalmente, note-se que situações em que o produto $t\mu m(\rho + 1)$ é igual, embora se comportem de modo idêntico em relação ao número de termos a considerar para garantir um certo majorante do erro, de facto não são idênticas do ponto de vista computacional porque um m maior obriga a mais operações (expressões (6) e (7)).

Nas experiências feitas para termos alguma sensibilidade nestas questões seguimos o seguinte método:

- usámos (8) para determinar o primeiro valor de F para o qual $N(R_F) \leq 0,001$,
- para esse valor de F calculámos o majorante do erro dado por (8) e o número de multiplicações e adições dados por (6) e por (7), respectivamente.

Na experiência *A* fizemos $m=10$, $\lambda_0=2$ e $\mu=1$. t variou de 0,1 a 2,5. É patente como o número de termos cresce com t ao ponto de a partir de $t=1,5$ ser preciso considerar $F > 100$. Para $t=2,5$ tem-se $F=167$ sendo necessário efectuar à volta de meio milhão de operações.

Na experiência *B* fizemos $m=10$, $\mu=1$ e $t=0,1$ com λ_0 a variar de 0,1 até 100. Na experiência *C* fizemos $m=20$, $\mu=1$ e $t=0,1$ com λ_0 a variar de 0,1 até 100.

Em ambos os casos é patente que o crescimento de M com λ_0 é muito menos pronunciado que o verificado em *A* com t . É aliás evidente que, quanto maior for m , menor a influência de λ_0 com μ fixo.

Note-se ainda, comparando as experiências *B* e *C*, que embora os valores de F não sejam muito diferentes, o número de operações é substancialmente maior no caso de *C*.

Portanto, dá ideia de que por este processo podemos obter boas aproximações, sem grande esforço computacional, para pequenos valores sobretudo de t e de μ e também de λ_0 e m . De qualquer modo está posta de parte a hipótese de (1) permitir a caracterização do comportamento dos $p_n(t)$ como funções do tempo. Assim ainda mais se ressalta a qualidade das aproximações dos sistemas $M|M|m|m$ pelo sistema $M|M|_\infty$, sobretudo para grandes valores de m (Ferreira, 1995).

Finalmente, para o sistema $M|M|1|1$, calculámos as probabilidades transeuntes usando as expressões exactas, que determinámos atrás, e o processo computacional que temos estado a estudar (experiência *D*). Fizemos $\mu=0,1$ e $t=0,5$; 1; 1,5; 2 e 2,5. Tomámos $F=10$ (onze termos) em (3). Começámos com $\lambda_0=0,05$, de seguida fizemos $\lambda_0=0,1$ e fomos aumentando sempre de 0,1. Tomando 6 algarismos significativos, apenas a partir de $\lambda_0=0,9$ ($\rho_0=9$) notámos diferenças entre os valores calculados pelos 2 métodos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- FERREIRA, M.A.M., (1995) "Comportamento transeunte e período de ocupação de sistemas de filas de espera sem espera". *Dissertação de Doutoramento apresentada no I.S.C.T.E.*. Lisboa.
- KNESSL, C., (1990) "On the transient behavior of the M|M|m|m loss model". *Commun. Stochastic Models*, 6 (4), pp. 749-776.
- LAGINHA, J.J., (1958) "A resolução do sistema de Leontieff". *Separata dos Anais do I.S.C.E.F.*. Tomo I. Volume XXVI.
- RAMALHOTO, M.F.N. e FERREIRA, M.A.M., (1991) "Comportamento transeunte de sistemas markovianos de perda pura". *Actas da 3ª Conferência sobre Aplicações da Matemática à Economia e à Gestão do CEMAPRE*.

EXPERIÊNCIAS

EXPERIÊNCIA A

M|M|10|10

$\lambda_p = 2; \mu = 1$

t	F	Erro	ϕ	θ
0.1	11	0.0005	13552	13400
0.2	18	0.0004	23072	22717
0.3	24	0.0009	31310	30703
0.4	31	0.0005	41012	40020
0.5	37	0.0009	49406	48006
0.6	44	0.0005	59290	57323
0.7	50	0.0009	67840	65309
0.8	57	0.0005	77906	74626
0.9	63	0.0009	86612	82612
1.0	70	0.0005	96860	91929
1.1	76	0.0009	105722	99915
1.2	83	0.0005	116152	109232
1.3	89	0.0009	125170	117218
1.4	96	0.0005	135782	126535
1.5	102	0.0009	144956	134521
1.6	109	0.0005	155750	143838
1.7	115	0.0009	165080	151824
1.8	122	0.0005	176056	161141
1.9	128	0.0009	185542	169127
2.0	135	0.0005	196700	178444
2.1	141	0.0009	206342	186430
2.2	148	0.0005	217682	195747
2.3	154	0.0009	227480	203733
2.4	161	0.0005	239002	213050
2.5	167	0.0009	248956	221036

EXPERIÊNCIA B

M|M|10|10

$t = 0,1; \mu = 1$

λ_0	Erro	F	ϕ	θ
0.1	0.0004	10	12200	12069
0.2	0.0004	10	12200	12069
0.3	0.0005	10	12200	12069
0.4	0.0005	10	12200	12069
0.5	0.0006	10	12200	12069
0.6	0.0006	10	12200	12069
0.7	0.0007	10	12200	12069
0.8	0.0008	10	12200	12069
0.9	0.0008	10	12200	12069
1.0	0.0009	10	12200	12069
1.1	0.0002	11	13552	13400
1.2	0.0002	11	13552	13400
1.3	0.0002	11	13552	13400
1.4	0.0003	11	13552	13400
1.5	0.0003	11	13552	13400
1.6	0.0003	11	13552	13400
1.7	0.0004	11	13552	13400
1.8	0.0004	11	13552	13400
1.9	0.0004	11	13552	13400
2.0	0.0005	11	13552	13400
2.1	0.0005	11	13552	13400
2.2	0.0006	11	13552	13400
2.3	0.0006	11	13552	13400
2.4	0.0007	11	13552	13400
2.5	0.0008	11	13552	13400
2.6	0.0008	11	13552	13400
2.7	0.0009	11	13552	13400
2.8	0.0010	11	13552	13400
2.9	0.0002	12	14906	14731
3.0	0.0002	12	14906	14731
4.0	0.0006	12	14906	14731
5.0	0.0003	13	16262	16062
6.0	0.0008	13	16262	16062
7.0	0.0004	14	17620	17393
8.0	0.0009	14	17620	17393
9.0	0.0004	15	18980	18724
10.0	0.0003	16	20342	20055
20.0	0.0006	21	27182	26710
30.0	0.0003	27	35456	34696
40.0	0.0005	32	42406	41351
50.0	0.0009	37	49406	48006
60.0	0.0005	43	57872	55992
70.0	0.0008	48	64982	62647
80.0	0.0004	54	73580	70633
90.0	0.0006	59	80800	77288
100.0	0.0010	64	88070	83943

EXPERIÊNCIA C

M|M|20|20

$t = 0,1; \mu = 1$

λ_0	Erro	F	ϕ	θ
0.1	0.0003	16	139612	139295
0.2	0.0003	16	139612	139295
0.3	0.0003	16	139612	139295
0.4	0.0004	16	139612	139295
0.5	0.0004	16	139612	139295
0.6	0.0004	16	139612	139295
0.7	0.0005	16	139612	139295
0.8	0.0005	16	139612	139295
0.9	0.0006	16	139612	139295
1.0	0.0006	16	139612	139295
1.1	0.0006	16	139612	139295
1.2	0.0007	16	139612	139295
1.3	0.0008	16	139612	139295
1.4	0.0008	16	139612	139295
1.5	0.0009	16	139612	139295
1.6	0.0009	16	139612	139295
1.7	0.0002	17	148906	148556
1.8	0.0003	17	148906	148556
1.9	0.0003	17	148906	148556
2.0	0.0003	17	148906	148556
2.1	0.0003	17	148906	148556
2.2	0.0004	17	148906	148556
2.3	0.0004	17	148906	148556
2.4	0.0004	17	148906	148556
2.5	0.0005	17	148906	148556
2.6	0.0005	17	148906	148556
2.7	0.0006	17	148906	148556
2.8	0.0016	17	148906	148556
2.9	0.0006	17	148906	148556
3.0	0.0007	17	148906	148556
4.0	0.0004	18	158202	157817
5.0	0.0008	18	158202	157817
6.0	0.0004	19	167500	167078
7.0	0.0009	19	167500	167078
8.0	0.0005	20	176800	176339
9.0	0.0003	21	186102	185600
10.0	0.0006	21	186102	185600
20.0	0.0003	27	241956	241166
30.0	0.0005	32	288556	287471
40.0	0.0009	37	335206	333776
50.0	0.0005	43	391252	389342
60.0	0.0008	48	438012	435647
70.0	0.0004	54	494190	491213
80.0	0.0006	59	541060	537518
90.0	0.0010	64	587980	583823
100.0	0.0005	70	644350	639389

EXPERIÊNCIA D

 $M|M|1|1$ $\lambda_0 = 0,05; \mu = 0,1$

Tempo	Probabilidades	Exactas	Aproximadas
0.5	P_{00}	0.975914	0.975914
	P_{01}	0.024086	0.024086
	P_{10}	0.048171	0.048171
	P_{11}	0.951829	0.951829
1.0	P_{00}	0.953569	0.953569
	P_{01}	0.046431	0.046431
	P_{10}	0.092861	0.092861
	P_{11}	0.907139	0.907139
1.5	P_{00}	0.932839	0.932839
	P_{01}	0.067161	0.067161
	P_{10}	0.134323	0.134323
	P_{11}	0.865677	0.865677
2.0	P_{00}	0.913606	0.913606
	P_{01}	0.086394	0.086394
	P_{10}	0.172788	0.172788
	P_{11}	0.827212	0.827212
2.5	P_{00}	0.895763	0.895763
	P_{01}	0.104237	0.104237
	P_{10}	0.208474	0.208474
	P_{11}	0.791526	0.791526

Valores de equilibrio

 $p_0 = 0,666667, p_1 = 0,333333$

EXPERIÊNCIA D

M|M|1|1

$$\lambda_0 = 0,4; \mu = 0,1$$

Tempo	Probabilidades	Exactas	Aproximadas
0.5	P ₀₀	0.645878	0.645878
	P ₀₁	0.354122	0.354122
	P ₁₀	0.039347	0.039347
	P ₁₁	0.960653	0.960653
1.0	P ₀₀	0.431091	0.431092
	P ₀₁	0.568909	0.568908
	P ₁₀	0.063212	0.063212
	P ₁₁	0.936788	0.936788
1.5	P ₀₀	0.300817	0.300819
	P ₀₁	0.699183	0.699181
	P ₁₀	0.077687	0.077687
	P ₁₁	0.922313	0.922313
2.0	P ₀₀	0.221802	0.221841
	P ₀₁	0.778198	0.778159
	P ₁₀	0.086466	0.086462
	P ₁₁	0.913534	0.913538
2.5	P ₀₀	0.173876	0.17432
	P ₀₁	0.826124	0.82568
	P ₁₀	0.091792	0.091742
	P ₁₁	0.908208	0.908258

Valores de equilíbrio

$$p_0 = 0,2, \quad p_1 = 0,8$$

EXPERIÊNCIA D

$M|M|1|1$

$\lambda_0 = 0,9; \mu = 0,1$

Tempo	Probabilidades	Exactas	Aproximadas
0.5	P_{00}	0.823041	0.823041
	P_{01}	0.176959	0.176959
	P_{10}	0.04424	0.04424
	P_{11}	0.95576	0.95576
1.0	P_{00}	0.685225	0.685225
	P_{01}	0.314775	0.314775
	P_{10}	0.078694	0.078694
	P_{11}	0.921306	0.921306
1.5	P_{00}	0.577893	0.577893
	P_{01}	0.422107	0.422107
	P_{10}	0.105527	0.105527
	P_{11}	0.894473	0.894473
2.0	P_{00}	0.494304	0.494304
	P_{01}	0.505696	0.505696
	P_{10}	0.126424	0.126424
	P_{11}	0.873576	0.873576
2.5	P_{00}	0.429204	0.429204
	P_{01}	0.570796	0.570796
	P_{10}	0.142699	0.142699
	P_{11}	0.857301	0.857301

Valores de equilibrio

$p_0 = 0,1, p_1 = 0,9$

**O MODELO DINÂMICO DE TEIA DE ARANHA À LUZ
DAS EQUAÇÕES FUNCIONAIS CONTÍNUAS -
LINEARES, COM COEFICIENTES CONSTANTES E
FUNÇÃO SOLUÇÃO GERAL UNIDIMENSIONAL**

Autor:
Valentim Lopes Velasco

O MODELO DINÂMICO DE TEIA DE ARANHA À LUZ DAS EQUAÇÕES FUNCIONAIS CONTÍNUAS - LINEARES, COM COEFICIENTES CONSTANTES E FUNÇÃO SOLUÇÃO GERAL UNIDIMENSIONAL

COBWEB DYNAMIC MODEL ILLUSTRATED BY FUNCTIONAL CONTINUOUS EQUATIONS - LINEARS, WITH CONSTANT COEFFICIENTS AND UNIDIMENSIONAL GERAL SOLUTION FUNCTION

Autor: Valentim Lopes Velasco

- Técnico superior do Instituto Nacional de Estatística – DRN
- Assistente convidado da Faculdade de Economia do Porto

RESUMO:

- De um modo geral, em microeconomia, o tradicional modelo da procura e da oferta é apresentado em termos estáticos. Por esse facto, o sistema de duas equações de 1º grau que o representa tem uma única solução chamada solução de equilíbrio. Tipicamente o preço de mercado é dado pela intersecção das curvas da procura e da oferta e este processo repete-se indefinidamente - equilíbrio estático. Ora, um simples lance de olhos pela realidade, mostra-nos que as coisas não se passam assim. Este modelo pode ser dinamizado, pelo lado da oferta, fazendo apelo ao conceito matemático derivada. Para esse efeito, parte-se do princípio que a oferta reage, ao preço, de forma instantânea e contínua. O modelo assim dinamizado pode ter uma menor ou maior adaptação à realidade de acordo com o tipo de expectativa formalizada.

PALAVRAS-CHAVE:

- *Oferta e procura, trajectória temporal do preço, estabilidade, instabilidade e expectativa.*

ABSTRACT:

- Generally speaking, in microeconomics, the traditional model of supply and demand is presented in static terms. For that very reason, the first-degree equation system, which represents it, has one only solution known as balance solution. Typically the market price is given by the intersection of the supply and demand curves and this process is indefinitely repeated - static equilibrium solution. However a quick glance at reality shows us things do not work like this. This model can have certain dynamism, according to the supply, using the mathematical conception derivative. For this purpose it is assumed that the supply instantaneously reacts to any change in price, in a continuous way. The dynamic

model can have a better adaptation to reality according to the type of formulised prospect.

KEY-WORDS:

- *Supply and demand, price temporal trajectory, stability, instability and expectative.*

1. INTRODUÇÃO

Do professor, os jovens não exigem omnisciência. Sabem que ela é inatingível. O que eles reclamam é dedicação.

A. Highet

No artigo publicado no volume 1 – 1º quadrimestre de 1998 da revista de estatística do INE o conhecido modelo estático da oferta e da procura apresentou-se dinamizado com base nas equações funcionais discretas - ordinárias, lineares e com coeficientes constantes - "tempo discreto"⁵. Vamos, agora, apresentar o mesmo modelo dinamizado à custa das equações funcionais contínuas - ordinárias, lineares e com coeficientes constantes - "tempo contínuo". Estas equações, tal como as discretas, são um instrumento matemático utilizado por vários ramos das ciências para desenvolverem as suas teorias. As ciências sociais em geral e, em particular, a gestão e a economia fazem, frequentemente, apelo a este conceito matemático para dinamizar os seus modelos⁶.

A diferença essencial entre estes dois tipos de equações reside nos seus domínios. Na realidade, enquanto que nas primeiras o seu conjunto de definição é discreto, nas segundas é contínuo e esta diferença fundamental é determinante para o comportamento das respectivas funções solução⁷ e, conseqüentemente, para a interpretação dos resultados, independentemente da área em que estejam a ser aplicadas. Isto significa que se quisermos, v. g., formalizar um dado problema económico, fazendo apelo às equações funcionais, não é indiferente usar equações a diferenças finitas ou equações diferenciais, deste ou de outros tipos. Se a observação

⁵ Em boa verdade, o tempo é uma variável contínua. Quando se formaliza um determinado problema económico, em termos de equações funcionais discretas, implícita ou explicitamente, assumimos, como relevante, apenas o que acontece no fim de cada intervalo de tempo considerado de tal forma que a variável em análise possa ser pensada como variando em momentos muito bem identificados no tempo ("saltos discretos"). O que acontece, entre o limite inferior e superior desse intervalo, à variável dependente, não é considerado, no sentido em que é suposto, toda a actividade económica relativa a cada intervalo, estar concentrada num simples ponto desse intervalo (o seu limite superior o qual por sua vez é idêntico ao limite inferior do intervalo seguinte e assim sucessivamente). A justificação desta metodologia depende, obviamente, da natureza do problema concreto em análise.

⁶ Não há, naturalmente, nenhum modelo matemático que tenha uma total adaptação à realidade social. Esta é demasiado complexa para que possa ser explicada por relações matemáticas por mais complicadas que elas sejam. E mesmo quando algumas componentes dessa realidade podem ter um tratamento matemático mais ou menos correcto, há outras cuja complexidade não permite traduzi-las nesses termos. Portanto, a leitura da informação que resulta da sua aplicação deve ser feita com prudência; no dizer de alguém, "há que introduzir, aquando da sua leitura, e correspondente interpretação, a variável bom senso". Quando tais limitações são acauteladas, podemos chegar a algumas conclusões interessantes com a utilização destas "ferramentas".

⁷ De facto, as equações funcionais discretas - ordinárias lineares e com coeficientes constantes - de primeira ordem, produzem movimentos monótonos (divergentes, convergentes ou constantes) e movimentos alternados (com amplitude crescente, decrescente ou constante).

As equações funcionais contínuas - ordinárias lineares e com coeficientes constantes - de primeira ordem, dão origem, apenas, a movimentos monótonos (divergentes, convergentes ou constantes).

Claro que as equações a diferenças e diferenciais - ordinárias lineares e com coeficientes constantes - de ordem igual ou superior à segunda, produzem, ambas, movimentos oscilatórios (com amplitude crescente, decrescente ou constante).

nos diz que um dado fenómeno económico ocorre ao longo do tempo numa forma descontínua, com desfazamentos, então o instrumento apropriado para estudar formalmente a dinâmica são as equações a diferenças finitas; se, pelo contrário, observamos que ocorre de um modo contínuo, então o instrumento apropriado, são as equações diferenciais. Infelizmente, nem sempre é possível fazer uma distinção nítida; quando isto acontece, devemos, então, usar instrumentos matemáticos mais complexos como, v. g., equações funcionais mistas, i. e., equações que num subconjunto, ou na reunião de alguns subconjuntos, do seu conjunto de definição são discretas e noutro subconjunto, ou na reunião de alguns subconjuntos, do seu conjunto de definição são contínuas. Não é, portanto, pacífica a escolha do instrumento matemático para traduzir um determinado fenómeno económico.

2. O MODELO DINÂMICO DE TEIA DE ARANHA À LUZ DAS EQUAÇÕES FUNCIONAIS CONTÍNUAS - ORDINÁRIAS, LINEARES E COM COEFICIENTES CONSTANTES

Formalização do problema⁸:

Como foi dito no artigo, supra referido, o original modelo de teia de aranha é um caso particular de um modelo mais abrangente, no qual, a procura (D) e a oferta (S) evoluem no tempo, de acordo com as seguintes equações de primeiro grau:

$$\begin{cases} S(t) = aP^*(t) + b \\ D(t) = -cP(t) + d \end{cases}, \quad a, c \in \mathbb{R}^+ \quad (\text{em geral } b < 0 < d) \quad (1.1)$$

As hipóteses subjacentes a este paradigma são, agora, as seguintes:

- 1^a) $P^*(t)$ representa o preço "esperado", i.e., o preço que os produtores pensam que se irá verificar e com base no qual irão planificar a sua produção (oferta).
- 2^a) A produção⁹, $S(t)$ (oferta), é, considerada, instantânea e contínua;
- 3^a) A procura, $D(t)$, num dado momento é função do preço, $P(t)$, nesse mesmo momento. Sendo o multiplicador "-c" normalmente negativo.
- 4^a) Em cada momento, o mercado determina o preço de tal modo que este torna a procura igual à oferta, ou seja, a procura absorve exactamente as quantidades oferecidas - nenhum produtor fica com output por vender e nenhum consumidor com a procura por satisfazer. Isto significa que a oferta (produção) num dado momento é igual à procura nesse mesmo momento ou seja:

⁸ Os parâmetros deste modelo, e do que se segue, podem ser estimados através de métodos estatísticos ou econométricos.

⁹ Note-se que a função $S(t) = aP^*(t) + b$ não é descrita como uma curva da oferta habitual. De facto, trata-se duma curva da oferta hipotética. Na realidade, as curvas da oferta traduzem, de um modo geral, a variação da oferta (produção) em função da variação do preço; no caso presente, a curva da oferta traduz a relação entre a produção e o preço esperado pelos produtores. Podemos dizer que ela representa o resultado (colectivo) do comportamento individual dos produtores.

$$S(t) = D(t) \quad (1.2)$$

Vamos analisar dois tipos de expectativa.

3. EXPECTATIVA BASEADA NO PREÇO PRESENTE, $P(t)$, E NA SUA VARIAÇÃO, $P'(t)$

Na formação da expectativa os produtores apoiam-se no preço presente e na sua variação. A formalização matemática deste tipo de expectativa conduz a uma função cuja expressão analítica é:

$$P^*(t) = P(t) + \beta P'(t) \quad \beta \in \mathbb{R} - \{0\} \quad (1.3)$$

Onde:

- $P^*(t)$ e β representam, respectivamente, o preço previsto e um coeficiente de expectativa¹⁰;
- $P(t)$ e $P'(t)$ representam, respectivamente, o preço presente e a sua variação.

Se $\beta > 0$, a expectativa é "extrapolativa", i.e., os produtores prevêem que a tendência observada se manterá no futuro, ou seja, se o preço estava a aumentar (diminuir) ele continuará a aumentar (diminuir). De facto:

- se $P(t) \uparrow$, então $P'(t) > 0$; de (1.3) vem: $P(t) + \beta P'(t) > P(t) \therefore P^*(t) > P(t)$.
- se $P(t) \downarrow$ então $P'(t) < 0$; de (1.3) vem: $P(t) + \beta P'(t) < P(t) \therefore P^*(t) < P(t)$.

Se $\beta < 0$, a expectativa é tal que os produtores prevêem uma inversão da tendência do preço; se a observação revelou um aumento do preço, prevêem uma diminuição futura; se o preço observado mostrou uma diminuição, prevêem um futuro aumento, ou seja:

- se $P(t) \uparrow$, então $P'(t) > 0$; de (1.3) vem: $P(t) + \beta P'(t) < P(t) \therefore P^*(t) < P(t)$.
- se $P(t) \downarrow$ então $P'(t) < 0$; de (1.3) vem: $P(t) + \beta P'(t) > P(t) \therefore P^*(t) > P(t)$.

Considerando este tipo de expectativa, as equações do modelo (1. 1) são as seguintes:

$$\begin{cases} S(t) = aP^*(t) + b \\ D(t) = -cP(t) + d \\ P^*(t) = P(t) + \beta P'(t) \\ D(t) = S(t) \end{cases} \quad a, c \in \mathbb{R}^+, \beta \in \mathbb{R} - \{0\}, \text{ (em geral } b < 0 < d \text{)}$$

¹⁰ Note-se que se fizermos $\beta = 0$ temos o modelo estático da oferta e da procura.

Atendendo à 4ª equação do sistema vem: $P'(t) + \frac{a+c}{a\beta} P(t) = \frac{d-b}{a\beta}$,

o que representa uma equação diferencial ordinária linear de 1ª ordem com coeficientes constantes não - homogénea.

Determinação da sua função solução.

- Cálculo duma função solução particular da equação completa:

$$P'(t) + \frac{a+c}{a\beta} P(t) = \frac{d-b}{a\beta}.$$

Ensaando a função constante ${}^pP(t) = P_E$ obtemos:

$$\frac{a+c}{a\beta} P_E = \frac{d-b}{a\beta} \quad \therefore \quad {}^pP(t) = P_E = \frac{d-b}{a+c}.$$

- Cálculo da função solução da correspondente equação homogénea:

$$P'(t) + \frac{a+c}{a\beta} P(t) = 0.$$

A equação característica é: $r + \frac{a+c}{a\beta} = 0 \quad \therefore \quad r = -\frac{a+c}{a\beta}$,

donde¹¹: ${}^hP(t) = K e^{-\left(\frac{a+c}{a\beta}\right)t}$.

A função solução¹², ou equação do preço, é então: $P(t) = {}^hP(t) + {}^pP(t)$,

¹¹ Obtém-se este mesmo resultado encarando $P'(t) + \frac{a+c}{a\beta} P(t) = 0$ como uma equação diferencial de variáveis separáveis. De facto:

$$\int \frac{P'(t)}{P(t)} dt = - \int \frac{a+c}{a\beta} dt, \text{ donde: } \log P(t) = -\frac{a+c}{a\beta} t + \log K \quad \therefore \quad P(t) = K e^{-\left(\frac{a+c}{a\beta}\right)t}.$$

¹² Se quisermos ser rigorosos devemos dizer família de funções solução, com a mesma forma funcional, mas cuja localização no plano cartesiano depende do valor assumido pela constante arbitrária K. Para determinarmos o valor desta constante arbitrária é necessária uma condição adicional do tipo $P(t) = P(t_*)$ para $t = t_*$, sendo $P(t_*)$ e t_* valores conhecidos. O problema que se prende com a determinação desta constante é conhecido entre os matemáticos por problema de Cauchy. Quando estas equações são utilizadas para dinamizar modelos económicos, este problema é de fácil resolução uma vez que em economia são conhecidos os valores necessários ao cálculo de K. Na realidade, existe informação disponível, sobre o vasto conjunto de variáveis económicas, v.g., conhece-se o preço de um determinado produto no início do processo da sua comercialização, i.e., sabe-se que $P(t) = P(0)$ para $t = 0$. É por este motivo que nas ciências sociais a condição adicional é designada por condição inicial.

donde¹³: $P(t) = K e^{-\left(\frac{a+c}{a\beta}\right)t} + \frac{d-b}{a+c}.$

Se $P(t) = P(0)$ para $t=0$ vem: $P(t) = \left[P(0) - \frac{d-b}{a+c} \right] e^{-\left(\frac{a+c}{a\beta}\right)t} + \frac{d-b}{a+c}.$

Esta função solução tem um preço de equilíbrio que é: $P(0) = \frac{d-b}{a+c} = P_E,$

pelo que: $P(t) = [P(0) - P_E] e^{-\left(\frac{a+c}{a\beta}\right)t} + P_E.$

Como sabemos, P_E representa, economicamente, o preço de equilíbrio - neste caso estático, pois a função solução particular, ${}^pP(t)$, é constante¹⁴ - e $[P(0) - P_E]$ representa o desvio inicial desse equilíbrio. A função solução $P(t)$ mostra-nos que se, eventualmente, o preço inicial $P(0)$ é igual a P_E então $P(t) = P_E \forall t \in \mathbb{R}_0^+$, i.e., o preço fixa-se em P_E - desde que não ocorram distúrbios exógenos - e esta situação é designada por equilíbrio estático¹⁵ (ver Fig. 5). A questão de saber se este equilíbrio é estável ou instável prende-se, como sabemos, com o estudo da função solução da equação homogénea, ${}^hP(t)$.

¹³ Este mesmo resultado pode ser obtido através da bem conhecida fórmula:

$P(t) = e^{-\alpha(t)} \left[\int e^{\alpha(t)} \theta(t) dt + K \right],$ na qual:

$\alpha(t) = \int \frac{a+c}{a\beta} dt = \frac{a+c}{a\beta} t$ e $\theta(t) = \frac{d-b}{a\beta}$ $\therefore P(t) = K e^{-\left(\frac{a+c}{a\beta}\right)t} + \frac{d-b}{a+c}.$

¹⁴ Quando a função solução particular não é constante, o preço de equilíbrio diz-se dinâmico. Esta situação não pode ocorrer neste tipo de modelo.

¹⁵ Um outro caminho para chegar a este resultado consiste em verificar que o valor de P_E , acima encontrado, é o mesmo que se obtém para solução do modelo estático da oferta e da procura. De facto:

$$\begin{cases} S = aP + b, \\ D = -cP + d, \end{cases} \therefore P = \frac{d-b}{a+c}.$$
 Preço de equilíbrio estático, ou seja, o preço que resulta duma análise

não dinâmica do modelo.

4. ANÁLISE DA TRAJECTÓRIA TEMPORAL DA EQUAÇÃO DO PREÇO

Normalmente o declive da curva da oferta é positivo e o da curva da procura negativo, pelo que $\frac{a+c}{a} > 0$, pois, por hipótese, $a, c \in \mathbb{R}^+$, logo, a natureza da trajectória temporal do preço vai ser ditada pelo sinal de β . Assim:

- Se $P(0) > P_E$ e $\beta > 0$ vem: $-\left(\frac{a+c}{a\beta}\right) < 0$, pelo que a trajectória temporal do preço é monótona decrescente tendendo para o preço de equilíbrio estático, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = P_E$. Ver Fig. 1.

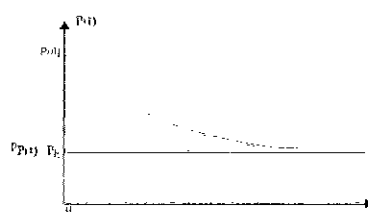


Fig.1 [$P(0) > P_E$ e $\beta > 0$]

- Se $P(0) < P_E$ e $\beta > 0$ vem: $-\left(\frac{a+c}{a\beta}\right) < 0$, pelo que a trajectória temporal do preço é monótona crescente tendendo para o preço de equilíbrio estático, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = P_E$. Ver Fig. 2.

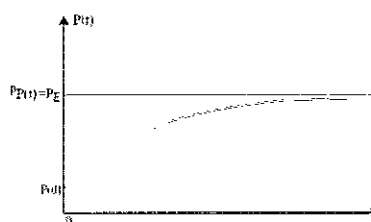
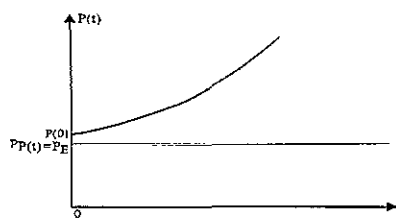


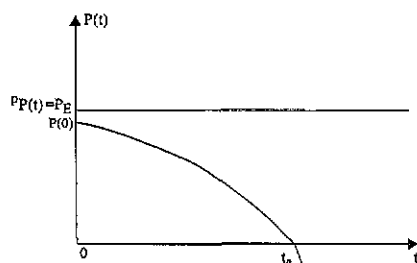
Fig.2 [$P(0) < P_E$ e $\beta > 0$]

Nestes dois casos, o preço de equilíbrio estático P_E é estável pelo que, abandonar o estado de equilíbrio não se afigura grave, uma vez que se regressará a ele quando t for suficientemente grande, i. e., o desvio $|P(0) - P_E|$ tornar-se-á, ao longo do tempo, cada vez menor.

- Se $P(0) > P_E$ e $\beta < 0$ vem: $-\left(\frac{a+c}{a\beta}\right) > 0$, pelo que a trajectória temporal do preço é monótona e crescente, afastando-se do preço de equilíbrio estático, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = +\infty$. Ver Fig. 3.

Fig.3 [$P(0) > P_E$ e $\beta < 0$]

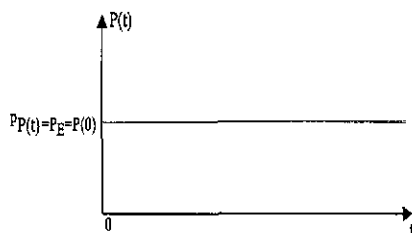
- Se $P(0) < P_E$ e $\beta < 0$ vem: $-\left(\frac{a+c}{a\beta}\right) > 0$, pelo que a trajectória temporal do preço é monótona e decrescente, afastando-se do preço de equilíbrio estático, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = -\infty$. Ver Fig. 4.

Fig.4 [$P(0) < P_E$ e $\beta < 0$]

Nestas duas situações, o preço de equilíbrio estático P_E é instável pelo que o equilíbrio deve ser vigiado. Todo o desequilíbrio tenderá a ampliar-se, i. e., o desvio $|P(0) - P_E|$ tornar-se-á, ao longo do tempo, cada vez maior.

Analisando a Fig. 4 verificamos que a partir de um determinado valor de t o preço é muito "baixo". Este paradoxo de um preço negativo deve-se ao lado simplista e irrealista das equações de evolução que constituem o modelo. De facto, nenhum movimento "explosivo" pode desenvolver-se indefinidamente na vida real.

- Se $P(0) = P_E$, qualquer que seja o sinal de β , temos: $P(t) = P_E$ (preço de equilíbrio estático), $\forall t \in \mathbb{R}_0^+$, desde que não ocorram distúrbios exógenos. Ver Fig. 5. Se tais distúrbios ocorrerem, o preço alterar-se-á e a sua trajectória temporal passará a ser ditada pelo sinal de β .

Fig.5 [$P(0) = P_E$]

Note-se que para os casos ditos "anormais"^{1b}, são possíveis as seguintes situações:

a) As curvas da oferta e da procura ambas com declive positivo, i. e., $c < 0$ e $a > 0$ tal que $a + c < 0$, então:

- se $\beta < 0 \Rightarrow -\left(\frac{a+c}{a\beta}\right) < 0$, pelo que a trajectória temporal do preço é monótona e convergente para o preço de equilíbrio, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = P_E$.

Movimento "amortecido". Ver Fig. 1 e 2.

- se $\beta > 0 \Rightarrow -\left(\frac{a+c}{a\beta}\right) > 0$, pelo que a trajectória temporal do preço é monótona e divergente do preço de equilíbrio, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = +\infty$.

Movimento "explosivo". Ver Fig. 3 e 4.

b) As curvas da oferta e da procura ambas com declive negativo, i. e., $c > 0$ e $a < 0$ tal que $a + c > 0$, então:

- se $\beta > 0 \Rightarrow -\left(\frac{a+c}{a\beta}\right) > 0$, pelo que a trajectória temporal do preço é monótona e divergente do preço de equilíbrio, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = +\infty$. Ver Fig. 3 e 4.

- se $\beta < 0 \Rightarrow -\left(\frac{a+c}{a\beta}\right) < 0$, pelo que a trajectória temporal do preço é monótona e decrescente, logo convergente para o preço de equilíbrio, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = P_E$. Ver Fig. 1 e 2.

c) As curvas da oferta e da procura ambas com declive positivo, i. e., $c < 0$ e $a > 0$ tal que $a + c > 0$, então:

- se $\beta > 0 \Rightarrow -\left(\frac{a+c}{a\beta}\right) < 0$, pelo que a trajectória temporal do preço é monótona e convergente para o preço de equilíbrio, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = P_E$. Ver Fig. 1 e 2.

- se $\beta < 0 \Rightarrow -\left(\frac{a+c}{a\beta}\right) > 0$, pelo que a trajectória temporal do preço é monótona e divergente do preço de equilíbrio, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = +\infty$. Ver Fig. 3 e 4.

^{1b} Os casos ditos "normais" são aqueles em que o declive da curva da oferta é positivo e o da curva da procura negativo.

d) As curvas da oferta e da procura ambas com declive negativo, i. e., $c > 0$ e $a < 0$ tal que $a + c < 0$, então:

- se $\beta > 0 \Rightarrow -\left(\frac{a+c}{a\beta}\right) < 0$, pelo que a trajectória temporal do preço é monótona e convergente para o preço de equilíbrio, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = P_E$. Ver Fig. 1 e 2.

- se $\beta < 0 \Rightarrow -\left(\frac{a+c}{a\beta}\right) > 0$, pelo que a trajectória temporal do preço é monótona e divergente do preço de equilíbrio, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = +\infty$. Ver Fig. 3 e 4.

Vemos assim que nos casos a) e b), os resultados a que chegámos são simétricos aos obtidos nos casos ditos "normais". Note-se, ainda, que nos casos c) e d) os resultados são idênticos aos que chegámos nos casos ditos "normais".

Em jeito de resumo, podemos dizer que a condição necessária e suficiente para haver estabilidade, i.e., para que o preço tenda para o seu valor de equilíbrio estático, tanto nos casos ditos "normais" como nos casos ditos "anormais", é que a função solução da equação homogénea tenda para zero quando "t" tende para mais infinito, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = 0$, tal tem lugar se, e somente se, $\left(\frac{a+c}{a\beta}\right)$ for positivo.

5. EXPECTATIVA BASEADA NO PREÇO PRESENTE, $P(t)$, E NA SUA VARIAÇÃO A RITMO CRESCENTE ($P'(t) > 0$ e $P''(t) > 0$) OU A RITMO DECRESCENTE ($P'(t) > 0$ e $P''(t) < 0$)

Vamos agora analisar o caso em que a expectativa se exprime, por hipótese, de acordo com uma função cuja expressão analítica é:

$$P^*(t) = P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) \quad \beta \in \mathbb{R}, \gamma \in \mathbb{R} - \{0\} \quad (1.4)$$

onde:

- $P^*(t)$ representa o preço previsto;
- $P(t)$ representa o preço corrente;
- β e γ são coeficientes de expectativa¹⁷;

¹⁷ Note-se que o facto de β poder ser igual a zero garante a existência de movimentos oscilatórios com amplitude constante. Naturalmente que γ não pode ser igual a zero pois, nesse caso, caíamos no modelo anteriormente apresentado. Note-se ainda que se neste modelo fizermos $\beta = \gamma = 0$ obtemos o modelo estático da oferta e da procura.

- $P'(t)$ e $P''(t)$ representam, respectivamente, a primeira e segunda derivadas de $P(t)$.

1º caso) $\beta > 0$ e $\gamma > 0$

- se o preço corrente aumenta a um ritmo crescente, os produtores esperam um futuro aumento. De facto:

se $P(t) \uparrow$, com $P'(t) > 0$ e $P''(t) > 0$, de (1.4) vem:

$$P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) > P(t) \quad \therefore \quad P^e(t) > P(t).$$

- se o preço corrente aumenta a um ritmo decrescente, a previsão pode ser de aumento ou de diminuição de acordo com a grandeza de $P'(t)$, $P''(t)$ e dos respectivos coeficientes de expectativa β e γ . De facto:

se $P(t) \uparrow$, com $P'(t) > 0$ e $P''(t) < 0$, de (1.4) vem:

$$P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) > P(t) \text{ ou } P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) < P(t).$$

Por outras palavras, a utilização da derivada de 2ª ordem modifica a expectativa "extrapolativa".

Este resultado parece mais verosímil do que o alcançado com a expectativa "extrapolativa" pura uma vez que, v. g., quando o preço aumenta a uma taxa decrescente é sensato pensar que os produtores possam prognosticar tanto uma diminuição como um aumento do preço. Portanto, este tipo de expectativa torna o modelo mais realista.

2º caso) $\beta > 0$ e $\gamma < 0$

- se o preço corrente aumenta a um ritmo crescente, a previsão pode ser de aumento ou de diminuição de acordo com a grandeza de $P'(t)$, $P''(t)$ e dos respectivos coeficientes de expectativa β e γ . De facto:

se $P(t) \uparrow$, com $P'(t) > 0$ e $P''(t) > 0$, de (1.4) vem:

$$P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) > P(t) \text{ ou } P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) < P(t).$$

- se o preço corrente aumenta a um ritmo decrescente, os produtores esperam um futuro aumento. De facto:

se $P(t) \uparrow$, com $P'(t) > 0$ e $P''(t) < 0$, de (1.4) vem:

$$P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) > P(t) \quad \therefore \quad P^e(t) > P(t).$$

3º caso) $\beta < 0$ e $\gamma > 0$

- se o preço corrente aumenta a um ritmo crescente, a previsão pode ser de aumento ou de diminuição de acordo com a grandeza de $P'(t)$, $P''(t)$ e dos respectivos coeficientes de expectativa β e γ . De facto:

se $P(t) \uparrow$, com $P'(t) > 0$ e $P''(t) > 0$, de (1.4) vem:

$$P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) > P(t) \text{ ou } P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) < P(t).$$

- se o preço corrente aumenta a um ritmo decrescente, os produtores esperam uma futura diminuição. De facto:

se $P(t) \uparrow$, com $P'(t) > 0$ e $P''(t) < 0$, de (1.4) vem:

$$P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) < P(t) \quad \therefore \quad P^*(t) < P(t).$$

4º caso) $\beta < 0$ e $\gamma < 0$

- se o preço corrente aumenta a um ritmo crescente, os produtores esperam uma futura diminuição. De facto:

se $P(t) \uparrow$, com $P'(t) > 0$ e $P''(t) < 0$, de (1.4) vem:

$$P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) < P(t) \quad \therefore \quad P^*(t) < P(t).$$

- se o preço corrente aumenta a um ritmo decrescente, a previsão pode ser de aumento ou de diminuição de acordo com a grandeza de $P'(t)$, $P''(t)$ e dos respectivos coeficientes de expectativa β e γ . De facto:

se $P(t) \uparrow$, com $P'(t) > 0$ e $P''(t) < 0$, de (1.4) vem:

$$P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) > P(t) \text{ ou } P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) < P(t).$$

5º caso) $\beta = 0$ e $\gamma < 0$

- se o preço corrente aumenta a um ritmo crescente, os produtores esperam uma futura diminuição. De facto:

se $P(t) \uparrow$, com $P'(t) > 0$ e $P''(t) > 0$, de (1.4) vem:

$$P(t) + \gamma P''(t) < P(t) \quad \therefore \quad P^*(t) < P(t).$$

- se o preço corrente aumenta a um ritmo decrescente, os produtores esperam um futuro aumento. De facto:

se $P(t) \uparrow$, com $P'(t) > 0$ e $P''(t) < 0$, de (1.4) vem:

$$P(t) + \gamma P''(t) > P(t) \quad \therefore \quad P^*(t) > P(t).$$

6º caso) $\beta = 0$ e $\gamma > 0$

- se o preço corrente aumenta a um ritmo crescente, os produtores esperam um futuro aumento. De facto:

se $P(t) \uparrow$, com $P'(t) > 0$ e $P''(t) > 0$, de (1.4) vem:

$$P(t) + \gamma P''(t) > P(t) \quad \therefore \quad P^*(t) > P(t).$$

- se o preço corrente aumenta a um ritmo decrescente, os produtores esperam uma futura diminuição. De facto:

se $P(t) \uparrow$, com $P'(t) > 0$ e $P''(t) < 0$, de (1.4) vem:

$$P(t) + \gamma P''(t) < P(t) \quad \therefore \quad P^*(t) < P(t).$$

Considerando este tipo de expectativa¹⁸ as equações do modelo (1.1) têm, agora, as seguintes expressões analíticas:

$$\begin{cases} S(t) = aP^*(t) + b \\ D(t) = -cP(t) + d \\ P^*(t) = P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t) \\ D(t) = S(t) \end{cases}, \quad a, c \in \mathbb{R}^+, \beta \in \mathbb{R}, \gamma \in \mathbb{R} - \{0\}, \text{ (em geral } b < 0 < d)$$

Tendo em conta a 4ª equação do sistema, obtemos:

$$P''(t) + \frac{\beta}{\gamma} P'(t) + \frac{a+c}{a\gamma} P(t) = \frac{d-b}{a\gamma}. \quad (1.5)$$

Equação diferencial ordinária linear de 2ª ordem com coeficientes constantes não - homogênea, cuja natureza da função solução, ou equação geral do preço, depende, como sabemos, do sinal das raízes da equação característica, ou auxiliar, da correspondente equação homogênea.

Vamos, então, encontrar a função solução da equação (1.5).

- Cálculo duma função solução particular da equação completa:

$$P''(t) + \frac{\beta}{\gamma} P'(t) + \frac{a+c}{a\gamma} P(t) = \frac{d-b}{a\gamma}.$$

Ensaando a função constante ${}^pP(t) = P_E$ obtemos:

$$\frac{a+c}{a\gamma} P_E = \frac{d-b}{a\gamma} \quad \therefore \quad {}^pP(t) = P_E = \frac{d-b}{a+c}.$$

- Cálculo da função solução da correspondente equação homogênea:

$$P''(t) + \frac{\beta}{\gamma} P'(t) + \frac{a+c}{a\gamma} P(t) = 0.$$

$$\text{A equação característica é: } r^2 + \frac{\beta}{\gamma} r + \frac{a+c}{a\gamma} = 0. \quad (1.6)$$

As suas raízes são:

$$r_1 = \frac{-\beta - \gamma\sqrt{\Delta}}{2\gamma} \cup r_2 = \frac{-\beta + \gamma\sqrt{\Delta}}{2\gamma}, \text{ com } \Delta = \left(\frac{\beta}{\gamma}\right)^2 - \frac{4(a+c)}{a\gamma}.$$

¹⁸ Este tipo de expectativa exclui as seguintes situações:

[$P'(t) < 0$ e $P''(t) < 0$] e [$P'(t) < 0$ e $P''(t) > 0$]. A leitura a fazer nestes casos é semelhante à feita nos casos que acabámos de analisar. A combinação de cada uma destas situações com os possíveis valores de β e γ dar-nos-á informação sobre a expectativa dos produtores.

A função solução da equação homogênea será:

$${}^hP(t) = \begin{cases} K_1 e^{\eta t} + K_2 e^{\eta_2 t} & \text{se } \Delta > 0 \\ (K_1 + K_2 t) e^{\eta t} & \text{se } \Delta = 0 \\ e^{at} [K_1 \cos bt + K_2 \sin bt] & \text{se } \Delta < 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

A função solução¹⁹, ou equação do preço, virá, então: $P(t) = {}^hP(t) + {}^vP(t)$,
donde:

$$P(t) = \begin{cases} K_1 e^{\eta t} + K_2 e^{\eta_2 t} + P_E & \text{se } \Delta > 0 \\ (K_1 + K_2 t) e^{\eta t} + P_E & \text{se } \Delta = 0 \\ e^{at} (K_1 \cos bt + K_2 \sin bt) + P_E & \text{se } \Delta < 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

6. ANÁLISE DA TRAJECTÓRIA TEMPORAL DA EQUAÇÃO DO PREÇO

As condições necessárias e suficientes para que o modelo²⁰ seja estável, i.e., para que o preço tenda para o seu valor de equilíbrio estático são, de acordo com o teorema de Routh-Hurwitz, as seguintes:

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{\gamma} &> 0, \\ \frac{a+c}{a\gamma} &> 0. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Como, por hipótese, $a, c \in \mathbb{R}^+$ as condições (1.9) só se verificam com $\beta > 0$ e $\gamma > 0$ (1º caso). Quando tal acontece, a sucessão dos sinais dos coeficientes da equação característica (1. 6) é (+ + +) permitindo, o teorema de Descartes, concluir que as suas raízes se reais são ambas negativas; se complexas conjugadas têm a sua parte real negativa²¹. Isto assegura a convergência da função solução e portanto a estabilidade do modelo. Nestas condições a trajectória temporal do preço converge para o seu valor de equilíbrio estático, i.e., $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = P_E$. Ver Fig. 1, 2 e 11

¹⁹ Ver nota n.º 12. Agora, para determinarmos as constantes arbitrárias K_1 e K_2 são necessárias duas condições adicionais. Claro que, se a equação for de n-ésima ordem, serão necessárias n condições adicionais para a determinação das n constante arbitrárias que irão figurar na expressão analítica da sua função solução.

²⁰ É possível construir modelos com equações diferenciais de ordem superior à segunda. No entanto, raramente se apresentam uma vez que não é fácil atribuir um significado económico às derivadas de ordem superior à segunda.

²¹ Isto é: $r_1 = a + bi \cup r_2 = a - bi$, com $a < 0$.

Nos casos, 2^a) $\beta > 0$ e $\gamma < 0$, 3^a) $\beta < 0$ e $\gamma > 0$, 4^a) $\beta < 0$ e $\gamma < 0$ e 5^a) $\beta = 0$ e $\gamma < 0$ o modelo é, como facilmente se pode verificar, instável, ver Fig. 3, 4 e 9. No 6^o caso $\beta = 0$ e $\gamma > 0$ a trajetória temporal do preço é "uniforme", i.e., apresenta oscilações próprias com amplitude constante. Ver Fig. 10.

Note-se que para os casos ditos "anormais" temos as seguintes situações:

a) As curvas da oferta e da procura ambas com declive positivo, i. e., $c < 0$ e $a > 0$ tal que $a + c < 0$.

Agora, as condições (1.9) só se verificam quando $\beta < 0$ e $\gamma < 0$ (4^o caso).

b) As curvas da oferta e da procura ambas com declive negativo, i. e., $c > 0$ e $a < 0$ tal que $a + c > 0$.

Neste caso, as condições (1.9) só se verificam quando $\beta < 0$ e $\gamma < 0$ (4^o caso).

c) As curvas da oferta e da procura ambas com declive positivo, i. e., $c < 0$ e $a > 0$ tal que $a + c > 0$.

Agora as condições (1.9) só se verificam quando $\beta > 0$ e $\gamma > 0$ (1^o caso).

d) As curvas da oferta e da procura ambas com declive negativo, i. e., $c > 0$ e $a < 0$ tal que $a + c < 0$.

Neste caso, as condições (1.9) só se verificam quando $\beta > 0$ e $\gamma > 0$ (1^o caso).

Em jeito de resumo, podemos dizer que a condição para haver estabilidade, i.e., para que o preço tenda para o seu valor de equilíbrio é que a função solução da equação homogénea tenda para zero quando "t" tende para mais infinito, i.e., $\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = 0$. Tal tem lugar se, e somente se, as raízes da equação característica sendo reais forem ambas negativas sendo complexas conjugadas tiverem a sua parte real negativa.

As conclusões a que chegámos através destas formulações são diferentes das que se obtiveram quando o modelo foi analisado à luz das equações funcionais discretas – ver artigo antedito na introdução. Como foi aludido no início, a utilização duma ou de outra técnica de análise implica alterações delicadas nas hipóteses económicas. De facto, em termos contínuos, a equação da oferta, $S(t) = aP^*(t) + b$, admite, implicitamente, que os produtores são tão sensíveis às variações do preço que a sua produção se altera imediatamente com o mais imperceptível movimento na variação relativa do preço²². Em termos discretos a função oferta, $S_{t+1} = aP_{t+1}^* + b$, admite que a produção é feita com base no preço "previsto" pelos produtores no "início" do período – início da produção – o qual pensam que se irá verificar no fim do período – quando a produção estiver materializada. Para além disto, na análise contínua, contrariamente ao que ocorre na discreta, não são possíveis movimentos alternados. A análise desta questão, com base nas equações funcionais discretas,

²² No caso contínuo a variação relativa do preço em qualquer momento é, rigorosamente falando, dada por:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta P(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} = P'(t)$$

No caso discreto a variação relativa do preço durante um período é dada por:

$$\frac{\Delta P_t}{\Delta t} = P_{t+1} - P_t, \text{ com } \Delta t = 1$$

parece ser mais consistente do que a levada a cabo com recurso às equações funcionais contínuas. Contudo, o nosso objectivo, aqui, não foi o de analisar o realismo das técnicas, mas tão só apresentá-las.

Pode acontecer que problemas económicos, ou outros, formulados através destes dois modelos de equações, conduzam a resultados idênticos; no entanto, não é demais sublinhar que os dois tipos de análise não são precisamente equivalentes.

Aplicação

Suponhamos que as leis de evolução da oferta e da procura, de um determinado produto, são, em equilíbrio, dadas pelas seguintes funções:

$$\begin{cases} S(t) = P^*(t) - 30 \\ D(t) = -P(t) + 50 \\ D(t) = S(t) \end{cases}$$

1. Considere que $P^*(t) = P(t) + \beta P'(t)$.

a) Sabendo que $P(t) = 70$ para $t = 0$, encontre a função solução, ou equação do preço, e estude o seu comportamento, no plano cartesiano, em função de β .

b) Faça $\beta = 1$ e calcule o valor do preço para $t = \frac{1}{2}$.

c) Determine a função solução para $\beta = -1$ e $P(0) = 40$.

2. Considere, agora, que $P^*(t) = P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t)$.

Sabendo que $P(t) = 50$ e $P'(t) = 5 + 10\sqrt{3}$ para $t = 0$ encontre a função solução, ou equação do preço, fazendo:

a) $\beta = -2$ e $\gamma = 2$,

b) $\beta = 0$ e $\gamma = 2$,

c) $\beta = \gamma = 2$.

Resolução

1. Tendo em conta a 3ª equação do sistema e que $P^*(t) = P(t) + \beta P'(t)$, vem:

$$a) P'(t) + \frac{2}{\beta} P(t) = \frac{80}{\beta}.$$

Equação diferencial ordinária linear de 1ª ordem com coeficientes constantes não - homogénea.

A sua função solução é: $P(t) = K e^{-\frac{2}{\beta}t} + 40$.

Como $P(0) = 70$, vem: $K = 30$, donde: $P(t) = 30 e^{-\frac{2}{\beta}t} + 40$.

- Se $\beta > 0 \Rightarrow -\frac{2}{\beta} < 0$, pelo $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = P_E$. O preço de equilíbrio estático é dinamicamente estável. Ver Fig. 6.

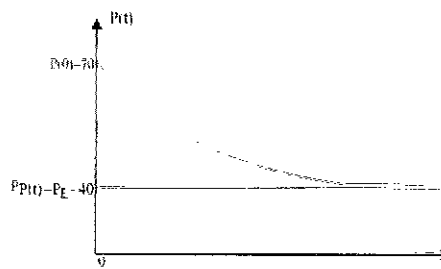


Fig.6

- Se $\beta < 0 \Rightarrow -\frac{2}{\beta} > 0$, pelo que $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = +\infty$. O preço de equilíbrio estático é dinamicamente instável. Ver Fig. 7.

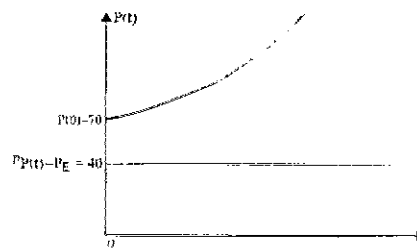


Fig.7

b) Para $\beta = 1$ vem: $P(t) = 30e^{-2t} + 40$,

$$\text{donde: } P\left(\frac{1}{2}\right) = 30e^{-1} + 40 \cong 51,04.$$

c) Para $\beta = -1$ vem: $P(t) = Ke^{2t} + 40$,

Se $P(0) = 40$ vem: $K = 0$, donde:

$P(t) = 40 \forall t \in \mathbb{R}_0^+$. Preço de equilíbrio estático. Ver Fig. 8.

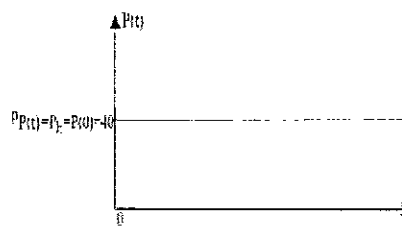


Fig.8

2. Tendo em conta a 3ª equação do sistema e que $P^*(t) = P(t) + \beta P'(t) + \gamma P''(t)$ vem:

$$P''(t) + \frac{\beta}{\gamma} P'(t) + \frac{2}{\gamma} P(t) = \frac{80}{\gamma}.$$

Equação diferencial ordinária linear de 2ª ordem com coeficientes constantes não - homogénea.

- a) Para $\beta = -2$ e $\gamma = 2$, vem: $P''(t) - P'(t) + P(t) = 40$.

A sua função solução é: $P(t) = e^{\frac{1}{2}t} \left(K_1 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}t + K_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t \right) + 40$.

Como: $P(0) = 50$ e $P'(0) = 5 + 10\sqrt{3}$, vem: $K_1 = 10$ e $K_2 = 20$,

pelo que: $P(t) = e^{\frac{1}{2}t} \left(10 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}t + 20 \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t \right) + 40$.

Como a parte real do número complexo conjugado é positiva temos: $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = +\infty$. A trajectória temporal do preço é "explosiva", oscilações próprias com amplitude crescente²³. O preço de equilíbrio estático é dinamicamente instável. Ver Fig. 9.

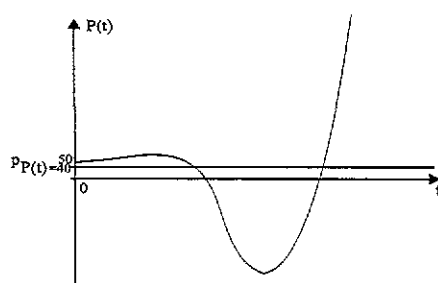


Fig. 9

²³ Flutuação periódica cujo período é: $\tau = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$, i.e., um ciclo terá lugar sempre que t aumentar de $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$.

b) Para $\beta = 0$ e $\gamma = 2$, vem: $P'(t) + P(t) = 40$.

A sua função solução é: $P(t) = K_1 \cos t + K_2 \sin t + 40$.

Como $P(0) = 50$ e $P'(0) = 5 + 10\sqrt{3}$, vem: $K_1 = 10$ e $K_2 = 5 + 10\sqrt{3}$,

pelo que: $P(t) = 10 \cos t + (5 + 10\sqrt{3}) \sin t + 40$.

Como a parte real do número complexo conjugado é igual a zero temos uma "divergência" finita. A trajectória temporal do preço é "uniforme", oscilações próprias com amplitude constante²⁴. Ver Fig. 10.

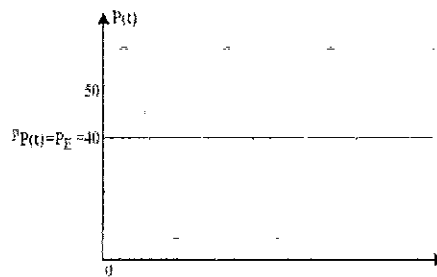


Fig. 10

c) Para $\beta = \gamma = 2$, vem: $P''(t) + P'(t) + P(t) = 40$.

A sua função solução é:

A sua função solução é: $P(t) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cos t - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin t + 40$.

Como $P(0) = 50$ e $P'(0) = 5 + 10\sqrt{3}$, vem: $K_1 = 10$ e $K_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} + 20$,

pelo que: $P(t) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cos t - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin t + 40$.

²⁴ Flutuação periódica cujo período é: $\tau = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$, i.e., um ciclo terá lugar sempre que t aumentar de 2π .

Como a parte real do número complexo conjugado é negativa, temos:
 $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = P_E$. A trajetória temporal do preço é “amortecida”, oscilações
 próprias com amplitude decrescente²⁵. O preço de equilíbrio estático é
 dinamicamente estável. Ver Fig. 11.

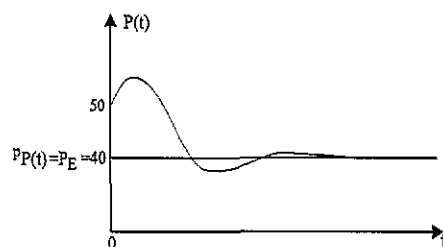


Fig. 11

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLEN, R. G. D.(1959); Economia matemática.
- ALLEN, R. G. D.(1967); Teoria macro-económica.
- BAUMOL, W. J.,(1951); Economic Dynamics.
- BAUMOL, W. J.,(1970); Economic Dynamics.
- BAUMOL, W. J.,(1948); "Notes on some Dynamics Models", Economic Journal.
- CHIANG, ALPHA C.(1982); Matemática para economistas.
- EDWARD T. DOWLING (1981); Matemática aplicada a economia e gestão.
- GABRIEL ARCHINARD and BERNARD GUERRIEN (1988); Analyse Mathematique pour Economistes.
- GANDOLFO, GIANCARLO (1973); Metodi di Dinamica Economica.
- GOODWIN, R. M.(1947); Dynamical Coupling With Especial Reference to Makets Having Production Lags.
- KALDOR, N.(1960); Determinanteness of Static Equilibrium.
- MURATA, Y,(1977); Mathematics for Stability and Optimization of Economic Systems.
- NERLOVE, M. (1958); Adaptive Expectations and Cobweb Phenomena.

²⁵ Ver nota 23.

P. DANKO et A. POPOV (1977); Exercices et problèmes des mathématiques Supérieures.

SHONE, RONALD (1997); Economic Dynamics.

R. KENT NAGLE and EDWARD B. SAFF (1989); Fundamentals of Differential Equations.

WEBER, JEAN E. (1986); Matemática para Economia e Administração.

YAMANE, TARO (1977); Matemática para economistas.

O SECTOR INSTITUCIONAL DAS ADMINISTRAÇÕES PÚBLICAS E A TRANSIÇÃO DO SEC79 PARA O SEC95 - IMPLICAÇÕES

Autores:
Isabel Quintela
e
Paula Ferreira Borges

VOLUME 1

1° QUADRIMESTRE DE 1999

O SECTOR INSTITUCIONAL DAS ADMINISTRAÇÕES PÚBLICAS E A TRANSIÇÃO DO SEC79 PARA O SEC95 - IMPLICAÇÕES.

THE GENERAL GOVERNMENT SECTOR AND THE TRANSITION FROM THE ESA79 TO THE ESA95- ITS CONSEQUENCES.

Autores: Isabel Quintela

- Técnica Superior de Estatística do Departamento de Coordenação e Integração, Instituto Nacional Estatística.

e

Paula Ferreira Borges

- Técnica Superior de Estatística do Departamento de Coordenação e Integração, Instituto Nacional Estatística.

RESUMO:

- As principais alterações que decorrem da implementação do SEC95²⁶ consistem, entre outras, na alteração do universo das administrações públicas em virtude da mudança no critério de classificação entre produção mercantil e não mercantil, utilizado para distinguir o tipo de produtor (mercantil ou não mercantil). Por outro lado, o novo sistema procura aperfeiçoar o registo contabilístico, a nível macro-económico, introduzindo alterações metodológicas, ao nível das operações já existentes. Adicionalmente, através de uma nova sequência completa de contas, designadamente as contas de património, surgem novas operações que permitem explicar as variações patrimoniais através das operações de produção, distribuição, e outros fluxos.

PALAVRAS-CHAVE:

- *Administrações públicas, sector institucional, operações, tipo de produtor, outro produtor não mercantil, critério dos 50%, redistribuição do rendimento, despesa de consumo individual, despesa de consumo colectivo.*

ABSTRACT:

- In the course of the implementation of ESA95 several changes have occurred. Firstly, the set of institutional units belonging to the general government sector was changed due to the different criterion of classification between market and non-market production which is used to distinguish the type of producer (market or non-market). Also, the system is trying to improve the accounting rules, at a macroeconomic level, by introducing methodological changes, in the already existing transactions. Additionally, in a new complete sequence of accounts namely

²⁶ Regulamento n° 2223/96 de 25 de Junho

balance sheets, new flows explain the changes through transactions in products, distribution and other flows.

KEY-WORDS:

- *General government, institutional sector, transactions, type of producer, other non-market producer, the 50% criteria, redistribution of income, individual consumption expenditure, collective consumption expenditure.*

1. INTRODUÇÃO

A implementação do Sistema Europeu de Contas Nacionais e Regionais 1995 (SEC95) efectua-se no Sistema de Contas Nacionais Portuguesas, a partir do ano de 1995 – o ano base. O anterior Sistema Europeu de Contas Económicas Integradas de 1979 (SEC79) vigorou entre os anos de 1977 e 1995, para as bases de 77 e 86 no Sistema de Contas Nacionais Portuguesas (SCNP). Ao contrário do SEC79, cuja aplicação era apenas recomendada, o SEC95 é de utilização obrigatória, por força do Regulamento nº 2223/96 de 25 de Junho. Para o ano de 1995, elaborar-se-ão contas definitivas de acordo com o SEC 1979 e o SEC 1995. A implementação de um novo Sistema Europeu de Contas representa um esforço adicional para as contas nacionais portuguesas implicando a revisão de muitos procedimentos mantidos durante um período de nove anos. Trata-se de um processo simultaneamente complexo e estimulante dado que permite reflectir acerca de vários aspectos que, atendendo ao princípio de não alteração de metodologias ao longo de uma série, foram progressivamente perdendo adequação à realidade.

Pretende-se abordar neste artigo algumas das alterações metodológicas introduzidas pelo novo SEC, em particular, as que têm influência no défice (necessidade de financiamento) do sector das administrações públicas. Assinale-se, no entanto, que o Eurostat (Serviço de Estatística da União Europeia) ainda mantém a discussão entre os Estados-Membros, relativamente a algumas operações do Sistema Europeu de Contas, nomeadamente quanto ao critério e momento de registo de algumas operações. Discute-se, por exemplo, o critério de registo dos juros, dos impostos e das contribuições sociais no âmbito do SEC95. Estas operações não serão abordadas neste documento, uma vez que ainda se encontram em discussão entre os Quinze. Para este efeito, o Eurostat constituiu “task forces” com o objectivo de estudar em detalhe estes problemas.

Assinale-se que a “task force” responsável pela análise do registo dos juros por tipo de activos e passivos financeiros recomenda que o registo dos juros seja efectuado com base na especialização económica (“accrual basis”), pelo ponto de vista do devedor. Deve considerar-se a taxa que prevalece no momento da criação do instrumento financeiro aplicada ao preço de emissão.

Relativamente ao momento de registo dos impostos e contribuições sociais, encontram-se, ainda, em fase de aprovação alterações ao texto do SEC95, no sentido de serem contabilizados, numa óptica de “caixa” (“cash basis”) corrigida e ajustada pelos montantes em dívida identificados.

2. A ARQUITECTURA DO SISTEMA

O SEC95 considera e define, tal como o anterior sistema, as unidades institucionais como centros elementares de decisão económica que gozam de

autonomia de decisão no exercício da sua função principal e devem possuir um conjunto completo de contas.

As unidades institucionais são agrupadas em sectores institucionais, de acordo com a sua função, comportamento económico e, caso seja necessário, de acordo com a origem principal dos seus recursos.

A sectorização institucional imposta pelo SEC é a seguinte:

S.1 Total da economia

S.11 Sociedades não financeiras

S.12 Sociedades financeiras

S.13 Administrações públicas

S.14 Famílias

S.15 Instituições sem fim lucrativo ao serviço das famílias (ISFLSF)

S.2 Resto do mundo

O sistema constrói-se à volta de uma sequência de contas interligadas (§1.61) que se traduz em contas correntes, contas de acumulação e contas de património das várias unidades e sectores institucionais. Nas primeiras regista-se a produção, formação, distribuição e redistribuição do rendimento bem como a sua utilização sob a forma de consumo final. As contas de acumulação abrangem as variações dos activos e passivos e as variações do património líquido²⁷ não financeiro (conta de capital) e financeiro (conta financeira). Finalmente, as contas de património permitem descrever a acumulação da economia (se resultante da poupança, acontecimentos excepcionais, variações de preços, etc) traduzindo o stock de activos e passivos e o património líquido. O SEC95 destaca com particular ênfase as contas de património, sendo estas constituídas pelas seguintes contas: conta de património inicial, conta de variações de património e conta de património final.

Outra das inovações apresentadas pelo SEC95, para além da elaboração das contas de património, reside na sequência das contas correntes. No SEC79 tinha-se a conta de produção, a conta de exploração e duas únicas contas para o rendimento e utilização do rendimento. Por outro lado, não se conseguia obter directamente, o valor do PIB pela óptica do rendimento. A nova sequência de contas correntes é a seguinte:

- Conta de produção

- Contas de distribuição e utilização do rendimento

Conta de distribuição primária do rendimento: que mostra como se repartem os rendimentos primários (os recebidos pelas unidades institucionais pela sua participação nos processos de produção ou pela posse de activos necessários à produção) pelas unidades e sectores institucionais. Esta conta desdobra-se na conta de exploração e na conta de afectação dos rendimentos primários cujo saldo são os rendimentos primários, para cada sector e, o Rendimento Nacional para o total da

²⁷ A diferença entre o activo e o passivo de uma unidade ou de um grupo de unidades.

economia. A conta de afectação dos rendimentos primários desagrega-se, por sua vez, nas contas de rendimento empresarial e conta de afectação de outros rendimentos primários. A última desagregação só é feita para os produtores mercantis.

Conta de distribuição secundária do rendimento permite conhecer a forma como o saldo dos rendimentos primários de uma unidade ou sector institucional se transforma no seu rendimento disponível, através de transferências correntes recebidas e pagas, excepto transferências sociais em espécie. Numa segunda fase do processo de distribuição do rendimento, elabora-se apenas para o S13, S14 e S15 a conta de redistribuição do rendimento em espécie, a qual nos permite analisar a forma como o rendimento disponível (saldo da conta de distribuição secundária do rendimento) se transforma no respectivo rendimento disponível ajustado através das transferências sociais em espécie.

Conta de utilização do rendimento permite analisar a forma como as administrações públicas, famílias e ISFLSF utilizam o seu rendimento disponível em consumo e poupança. Existem duas versões correspondentes a dois conceitos de rendimento disponível: conta de utilização do rendimento disponível (considera as despesas de consumo em bens e serviços que podem ser adquiridas com esse rendimento) e a conta de utilização do rendimento disponível ajustado (considera o consumo efectivo de bens e serviços, quer tenham sido adquiridos através de despesa, quer por transferências sociais em espécie).

3. AS ADMINISTRAÇÕES PÚBLICAS

3.1 O SECTOR INSTITUCIONAL

O sector das administrações públicas, segundo a definição do SEC (§2.68) inclui *“todas as unidades institucionais que são outros produtores não mercantis cuja produção se destina ao consumo individual e colectivo e são principalmente financiadas por pagamentos obrigatórios feitos por unidades pertencentes a outros sectores e/ou todas as unidades institucionais principalmente ligadas à redistribuição do rendimento e da riqueza nacional”*. A estrutura de desagregação dos subsectores institucionais é semelhante nos dois sistemas. A um primeiro nível de desagregação incluem-se neste sector a administração central (S1311), a administração regional e local (S1313) e os fundos de segurança social (S1314). O SEC95 propõe ainda a existência do subsector administração estadual (S1312), que não é aplicável ao caso português, uma vez que não existem unidades passíveis de ser integradas neste subsector. Enquadrando-se na realidade portuguesa, o SCNP95 propõe o seguinte desdobramento por cada subsector das administrações públicas:

S13 Administrações públicas

S.1311 Administração central

S13111 Estado

S13112 Serviços e fundos autónomos

S13113 Instituições sem fim lucrativo da administração central

S1313 Administração regional e local

S13131 Administração regional

S131311 Órgãos dos governos regionais

S131312 Serviços e fundos autónomos da administração regional

S131313 Instituições sem fim lucrativo da administração regional

S13132 Administração local

S131321 Distritos

S131322 Municípios

S131323 Freguesias

S131324 Serviços autónomos da administração local

S131325 Instituições sem fim lucrativo da administração local

S1314 Fundos de segurança social

Conforme descrito no relatório dos sectores institucionais²⁸, no Estado (S13111) incluem-se os organismos cujas receitas e despesas se inscrevem na Conta Geral do Estado. Os serviços e fundos autónomos (S13112) são os organismos com autonomia financeira e administrativa que são financiados maioritariamente com transferências provenientes de outras unidades da administração pública e com impostos que lhes estão consignados. Por último, as instituições sem fim lucrativo da administração central (S13113), são as instituições que exercem essencialmente actividades não mercantis e são controladas e financiadas maioritariamente pela administração central. Neste subsector incluem-se, por exemplo, a Santa Casa Misericórdia de Lisboa e outras Misericórdias financiadas pela administração pública, os Centros de Formação Profissional, entre outros.

A administração regional decompõe-se nos órgãos dos governos regionais, serviços e fundos autónomos e instituições sem fim lucrativo da administração regional. Esta subdivisão é análoga à anteriormente descrita embora neste caso, os organismos dependam dos financiamentos da administração regional.

A administração local subdivide-se nos distritos, municípios, freguesias, serviços autónomos e instituições sem fim lucrativo da administração local.

²⁸ vide INE, 1998, "Nomenclaturas do Sistema de Contas Nacionais Portuguesas", DOCT/42/CSE/EM

O subsector fundos de segurança social é, por seu turno, constituído pela Caixa Geral de Aposentações e pela Segurança Social (regime geral). A composição deste subsector difere da apresentada no SEC79, resultando de algumas alterações impostas pelo SEC95, cuja análise se apresenta de seguida.

Considere-se em primeiro lugar, o §2.74 do SEC95 que define as características das unidades que compõem o subsector fundos de segurança social e no qual se incluem todas as unidades institucionais cuja actividade principal consiste em conceder prestações sociais e que cumpram os seguintes requisitos:

- certos grupos da população são obrigados a participar no regime ou a pagar contribuições estabelecidas por lei;
- as administrações públicas são responsáveis pela gestão destas unidades relativamente à fixação ou aprovação das contribuições e prestações, quer como organismos de tutela, quer como empregadores;
- normalmente, não existe uma ligação directa entre o montante da contribuição paga pelo indivíduo e o risco a que está exposto.

Saliente-se também o §4.89 do SEC95, no qual: *“os regimes de segurança social organizados pela administração pública para os seus próprios empregados são classificados como regimes privados com constituição de provisões ou como regimes sem constituição de provisões, conforme o caso, e não como regimes de segurança social”*.

Neste contexto, foram classificados neste subsector, os seguintes organismos que são unidades institucionais e que respeitam os requisitos acima definidos :

- Segurança Social – regime geral: engloba as unidades incluídas na conta da segurança social, elaborada pelo Instituto de Gestão Financeira da Segurança Social.
- Caixa Geral de Aposentações

A classificação da Caixa Geral de Aposentações, a qual fazia parte da Segurança Social nas Contas Nacionais – base de 86, gerou algumas questões sobre a sua inclusão neste subsector. O mesmo aconteceu com a A.D.S.E. que se classificava no subsector Segurança Social.

Com efeito, embora a Caixa Geral de Aposentações seja uma unidade institucional com autonomia de decisão e um conjunto completo de contas, por um lado e, por outro, respeite as características inerentes à definição do subsector referida no SEC95, a verdade é que, numa primeira análise parece enquadrar-se nas condições referidas pelo §4.89²⁹ do SEC95.

Porém, se analisarmos em pormenor a situação dos trabalhadores da administração pública, enquanto beneficiários de um fundo de segurança social, deparamo-nos com várias situações. Embora uma grande parte dos funcionários da

²⁹ “os regimes de segurança social organizados pela administração pública para os seus próprios empregados são classificados como regimes privados com constituição de provisões ou, como regimes sem constituição de provisões, conforme o caso, e não como regimes de segurança social”.

administração pública seja contribuinte da Caixa Geral de Aposentações, existem, por um lado, empregados que são beneficiários do regime geral da Segurança Social existindo, por outro lado, serviços autónomos, classificados como quase-sociedades públicas, no sector das Sociedades, que contribuem igualmente para a Caixa Geral de Aposentações. Além disso, existem subscritores da Caixa Geral de Aposentações que não pertencem ao sector público.

Podemos afirmar que se trata de um regime misto, com características mais próximas das de um regime de segurança social, do que de um regime privado com constituição de provisões de acordo com o definido pelo §4.89. Optou-se, assim, por classificá-lo no subsector Fundos de Segurança Social.

Relativamente, à A.D.S.E. que nas Contas Nacionais, na base de 86, tal como foi referido, pertencia à Segurança Social, foi classificada no subsector administração central. Embora seja um organismo de protecção social, com autonomia administrativa, mas sem autonomia financeira, não possui características de uma unidade institucional, não podendo, por isso, ser considerada como tal. Assim, no âmbito do SEC95, foi classificada como pertencente à unidade que a controla, ou seja, o Estado.

Ao nível das fontes, o sector das Administrações Públicas é apurado de forma exaustiva, com excepção das juntas de freguesia e das instituições sem fim lucrativo. O Instituto Nacional de Estatística recolhe e classifica as contas de gerência e efectua o registo de uma sequência de variáveis, as quais são, posteriormente, transformadas nas diferentes operações do SEC95. Efectua-se, desta forma, a correspondência das contas dos organismos às várias nomenclaturas existentes nas contas nacionais como as nomenclaturas de produtos, ramos, classificação funcional e classificação institucional.

3.2 DELIMITAÇÃO DA PRODUÇÃO MERCANTIL E NÃO MERCANTIL

Como foi anteriormente referido, no SEC95, *"o sector das administrações públicas inclui todas as unidades institucionais que são outros produtores não mercantis..."*. Definir o sector S13 desta forma implica que, na sua constituição, as unidades institucionais que são produtores públicos não mercantis têm que estar identificadas.

O SEC95 define cada tipo de produtor mercantil, não mercantil e para utilização final própria em função da sua produção principal ser, respectivamente, produção mercantil, não mercantil e para utilização final própria.

Nesta sequência, um produtor público é um produtor que é controlado pelas administrações públicas. Para o caso particular das ISFL, um produtor público é uma ISFL que é controlada e maioritariamente financiada pelas administrações públicas. Refira-se também que se tentou delinear no novo sistema, de forma mais acentuada, a distinção entre as instituições sem fim lucrativo ao serviço das famílias (produtores privados) e as instituições sem fim lucrativo pertencentes ao sector das administrações públicas ao introduzir-se a noção de controlo (§3.28). Este é definido pela capacidade de determinar a política (do ponto de vista empresarial) da unidade, o que se pode traduzir, na prática, pela nomeação dos administradores/gestores. Incluem-se nas

administrações públicas, as instituições sem fim lucrativo principalmente financiadas e controladas pelas administrações públicas.

No anterior sistema, e para efeitos de sectorização institucional, algumas unidades eram consideradas como exercendo uma actividade mercantil ou não mercantil, *a priori*, em virtude do sistema convencionar que certas actividades são sempre mercantis, outras sempre não mercantis, e outras como podendo ser mercantis ou não mercantis dependendo de mais de metade dos seus recursos serem provenientes ou não, das respectivas vendas. O SEC79, incluía no sector das administrações públicas todas as unidades institucionais que produziam serviços não mercantis, embora o SCNP86 agrupasse algumas unidades mercantis em virtude da sua produção ser maioritariamente consumida por outras unidades dentro do mesmo sector. Esta característica, embora omissa no SEC79, era um critério contemplado no SCN68³⁰ para a definição do mesmo sector.

Ao contrário do SEC79, no SEC95, o primeiro passo antes da elaboração das contas do sector S13 consiste em identificar as unidades institucionais que são produtores públicos não mercantis. Nesta sequência, é de extrema importância, o conceito definido no SEC95 de preço economicamente não significativo. Esta expressão relaciona-se com a própria delimitação institucional e, portanto com as unidades institucionais que efectuam a produção (§3.19). O manual das Nações Unidas (SCN93³¹) define (§ 6.50) como preço que não é economicamente significativo aquele que *“tem pouca ou nenhuma influência sobre a quantidade que o produtor está preparado para oferecer supondo-se que tenha apenas uma influência marginal sobre as quantidades procuradas”*. Trata-se, segundo a definição do SCN93, dum preço que não é quantitativamente significativo, quer do ponto de vista da oferta, quer do ponto de vista da procura.

A determinação de um produtor mercantil ou não mercantil, este último estreitamente ligado à denominação de preço economicamente não significativo, é feita com base na aplicação do critério dos 50%, ao nível da unidade institucional, o qual se traduz no seguinte:

- se mais de 50% dos custos de produção forem cobertos pelas vendas, a unidade é um produtor mercantil e é classificada no sector das sociedades financeiras ou não financeiras;
- se as vendas cobrirem menos de 50% dos custos de produção, a unidade institucional é um outro produtor não mercantil.

As «vendas» abrangem todas as vendas, menos os impostos líquidos de subsídios sobre os produtos, excluindo os pagamentos efectuados para cobrir um défice geral.

Os custos correspondem à soma das remunerações dos empregados, consumo intermédio, consumo de capital fixo e impostos líquidos de subsídios.

Em termos práticos, na análise efectuada consideraram-se as unidades institucionais que são produtores públicos, ou seja, que são controlados pelas

³⁰ Sistema Contabilidade Nacional das Nações Unidas, 1968

³¹ Sistema Contabilidade Nacional das Nações Unidas, 1993

administrações públicas, nomeadamente os serviços e fundos autónomos. Esta análise deverá ser efectuada por um período considerável e deverá existir estabilidade na manutenção do critério, ou seja, a alteração da característica mercantil, para um ano apenas, não justifica a sua alteração em termos de sector institucional.

Em termos legais, se um organismo da administração pública tem autonomia administrativa e financeira significa, no âmbito do SEC95, que possui autonomia de decisão e contabilidade completa, desde que as receitas próprias atinjam um mínimo de dois terços das despesas totais, durante dois anos consecutivos, salvo algumas excepções expressamente contempladas na lei. A análise incidiu sobre um universo inicial constituído pelas unidades acabadas de referir, incidindo sobre as contas de gerência e demonstração de resultados, tendo em conta os conceitos do SEC95. Convém, no entanto, salientar que, na aplicação do critério não foi considerado o consumo do capital fixo, uma vez que não se possuem estimativas para esta variável ao nível da unidade institucional.

A título de exemplo, para a base de 95, o IGAPHE³² foi analisado para os anos de 93, 94 e 95, e considerado um produtor mercantil, mas a partir de determinado ano (1996) provou-se que este organismo passaria a ser não mercantil, situação esta que veio a verificar-se ser definitiva. Além deste organismo, outros foram à partida classificados como quase-sociedades (produtores mercantis), em virtude da aplicação do critério acima referido. Por exemplo, o Arsenal do Alfeite, as Juntas Autónomas dos Portos, Instituto da Vinha e do Vinho, Instituto do Vinho do Porto, Instituto Hidrográfico, Instituto Superior Estatística e Gestão da Informação (ISEGI), entre outros, deixaram de pertencer ao sector das administrações públicas.

Convém, no entanto salientar que a aplicação do critério dos 50%, contemplado no SEC95, deu origem ao aparecimento de casos polémicos, nomeadamente no conteúdo das vendas, entre outros aspectos, não só em Portugal, mas também noutros países da União Europeia. Estas questões encontram-se, por isso, em discussão no Eurostat aguardando decisão.

A aplicação do critério dos 50% é de grande importância para as administrações públicas reflectindo-se no valor do défice deste sector.

3.3 A FRONTEIRA ENTRE O CONSUMO INTERMÉDIO (P2) E A FORMAÇÃO BRUTA DE CAPITAL FIXO (P5)

O SEC95 continua a avaliar a produção de um outro produtor não mercantil pela soma dos custos totais de produção, ou seja, consumo intermédio (P2), remunerações dos empregados (D1), consumo de capital fixo (K1) e outros impostos sobre a produção (D29) líquidos de outros subsídios à produção (D39) (§ 3.53). No entanto, há alterações no cálculo do consumo intermédio, remunerações dos empregados ou consumo de capital fixo, como se verá em seguida.

³² IGAPHE - Instituto de Gestão e Alienação do Património Habitacional do Estado

3.3.1 CONSUMO INTERMÉDIO (P2)

O SEC95 impõe que no consumo intermédio se inclua a aquisição de armas militares e respectivos sistemas de apoio, ou seja, a aquisição de bens com uma utilização exclusivamente bélica. O SEC95 é claro no § 3.70-e) referindo que não são consideradas como formação bruta de capital, as armas militares de destruição e o equipamento necessário para a sua distribuição. Devem, no entanto, ser considerados formação bruta de capital, as armas ligeiras e veículos blindados adquiridos pelas forças de segurança (PSP e GNR). O SCN93 é mais completo que o SEC95 referindo (§ 6.170) que «a actividade de defesa pode ser considerada uma forma de produção e exige, como qualquer outra actividade produtiva, a utilização repetida e continuada de determinados bens duradouros durante vários períodos contabilísticos». Por isso, é sugerida a distinção entre os bens duradouros ordinários utilizados em toda a economia e as armas militares de destruição concebidas para combate.

Trata-se de um conceito mais restrito do que o utilizado no SEC79 dado que, todos os edifícios que possam ter alternativamente uma utilização militar e civil, deverão ser considerados formação bruta de capital fixo. Esta alteração metodológica não tem impacto no défice do sector das administrações públicas.

3.3.2 FORMAÇÃO BRUTA DE CAPITAL - FBC (P5)

Além das alterações referidas no consumo intermédio, com implicações em FBCF, é igualmente importante referir outras alterações nesta rubrica. Recorde-se que a formação bruta de capital engloba a FBCF, a variação de existências e as aquisições líquidas de objectos de valor (pedras e metais preciosos, antiguidades e outros objectos de valor).

Na prática, esta exigência do SEC95 obriga à formulação de uma investigação adicional, em particular junto de entidades das Administrações Públicas que adquirem este tipo de activos. Estamos perante classificações que obrigam a uma maior desagregação do que o previsto no SEC79 podendo implicar uma reclassificação de valores entre consumo intermédio e formação bruta de capital e uma subsequente alteração do consumo de capital fixo. Refira-se aliás que, a metodologia de cálculo do consumo de capital fixo está a ser revista, dado que, para além do referido, se incluem na formação bruta de capital, novos activos. Recorde-se, que a formação líquida de capital é obtida deduzindo o consumo de capital fixo à formação bruta de capital.

O próprio conceito de FBCF surge alterado relativamente ao anterior Sistema dado considerarem-se as despesas com bens duradouros superiores a 500 ecus (a preços de 1995). Este valor de referência diz respeito quer ao valor unitário, quer ao valor total (quando se efectuam compras em grandes quantidades).

O SCN93 ao analisar a fronteira entre o consumo intermédio e a formação bruta de capital fixo, refere, por exemplo, o caso das pequenas ferramentas e da manutenção e reparação. Relativamente às primeiras, explicita que (§6.158) *“as despesas em bens de produção duradouros de pequena dimensão, baratos e utilizados para o desenvolvimento de operações relativamente simples, podem ser tratadas como*

consumo intermédio quando são feitas regularmente e em montantes muito inferiores às despesas em maquinaria e equipamento (exemplo, serrotes, pás, facas, machados, martelos, chaves de fendas, etc)". Por outro lado, quanto, às despesas de manutenção e reparação, o próprio SCN93 reconhece que (§6.159) "a distinção entre manutenção e reparação e formação bruta de capital fixo não é clara dado ser difícil distinguir as despesas de manutenção e reparação ordinárias, das grandes remodelações, reconstruções ou ampliações". Por este motivo, são apresentadas as características deste tipo de despesas (§6.161 e §6.162).

O critério de classificação seguido pela contabilidade pública obedece a esta distinção dado que, tratando-se de "grandes reparações" em edifícios, habitações e material de transporte serão incluídas nas respectivas rubricas de investimento.

No âmbito da formação bruta de capital fixo, o SEC95 estabelece uma classificação diferente da do anterior sistema, introduzindo duas categorias de activos distintas: produzidos e não produzidos. Em cada categoria de activos distinguem-se os activos corpóreos e os activos incorpóreos. Nos activos produzidos – activos fixos incorpóreos, o SEC95 desagrega as explorações minerais, o software informático (incluindo as grandes bases de dados de duração superior a um ano) e, ainda, os originais literários, artísticos ou recreativos. No primeiro caso, devem incluir-se os custos de testes com perfurações e sondagens, considerando inclusive quaisquer levantamentos topográficos aéreos. Além disso, no anterior sistema, apenas se contabilizavam as despesas de exploração mineral, caso a unidade tivesse tido sucesso na prospecção e decidisse explorar. Actualmente, passam a ser registadas todas as despesas efectuadas, independentemente da decisão de explorar. No segundo caso, contabiliza-se o software informático pelo preço de aquisição ou, se for desenvolvido na empresa, estima-se o preço de mercado de um bem similar ou, se tal não for possível, contabiliza-se pelo seu custo de produção.

Assinale-se que é feita uma distinção entre os originais literários e os originais científicos (por exemplo, patentes, marcas registadas, contratos transferíveis, *goodwill* adquirido). Os pagamentos pela aquisição dos direitos de exclusividade dos originais científicos incluem-se nas aquisições líquidas de cessões de activos não financeiros não produzidos (K2) não sendo, por isso, considerados formação bruta de capital fixo (P51), ao contrário dos originais literários, artísticos ou recreativos que se incluem nas aquisições líquidas de cessões de activos incorpóreos produzidos.

Esta distinção deve-se, em parte, ao facto do SEC95 estipular que os serviços de investigação e de desenvolvimento não são considerados como formação bruta de capital fixo. O próprio SCN93 reconhece (§6.163) que "*os objectivos da actividade de investigação e desenvolvimento são a melhoria da eficiência ou produtividade, ou a obtenção de outros benefícios futuros, constituindo por natureza, actividades de investimento mais do que consumo*". A convenção estabelecida deriva, segundo o SCN93, da dificuldade em dispor de critérios precisos, como a possibilidade de identificar e classificar os activos produzidos por estas actividades.

Na prática, a distinção a efectuar entre o tipo de activos incorpóreos: se produzidos ou não produzidos afigura-se complexa. O classificador da contabilidade pública³³ remete para o subagrupamento de Investimentos, as despesas efectuadas numa óptica de estrita natureza corpórea, enquanto que a decomposição do

³³ Decreto-Lei n° 112/88, de 2 de Abril (rectificado no suplemento ao Diário da República n°108, I Série, de 10 de Maio).

subagrupamento económico dos bens duradouros e não duradouros não foi elaborado segundo a natureza dos activos conforme descrito no SEC95 (produzidos e não produzidos).

3.4 AS REMUNERAÇÕES DOS EMPREGADOS (D1)

As remunerações dos empregados são compostas por:

D11 - Ordenados e salários

D12 - Contribuições Sociais dos empregadores

D121 - Contribuições sociais efectivas dos empregadores

D122 - Contribuições sociais imputadas dos empregadores

Tentou-se, atrás, referir de forma generalizada as alterações conceptuais que influenciam o cálculo do consumo intermédio, mas também aproveitar para delinear parte da estrutura de operações prevista no novo SEC95. A referência ao consumo intermédio, bem como a distinção entre o consumo intermédio e a formação bruta de capital fixo, resultou da análise da forma de cálculo da produção não mercantil. Uma outra componente igualmente importante são as remunerações dos empregados.

A sua proporção, especialmente no sector das administrações públicas, é bastante significativa no total da produção não mercantil. No entanto, as alterações conceptuais trazidas pelo SEC95 não são tão significativas e, portanto, o cálculo deste agregado apresentará uma maior compatibilidade com o cálculo efectuado no contexto do SEC79. Destaque-se, por exemplo, o facto de se passar a incluir agora nos ordenados e salários em espécie o fornecimento de instalações recreativas ou de férias aos empregados e suas famílias. As alterações registadas ao nível das contribuições sociais dos empregadores (D12) serão referidas mais adiante.

Assinale-se que, à semelhança do SEC79, alguns tipos de bens e serviços fornecidos aos empregados, a título de remuneração em espécie são simultaneamente tratados como consumo intermédio quando adquiridos pelos empregadores ou, quando produzidos na unidade, devem ser contabilizados como produção.

No âmbito das outras operações de distribuição é importante referir as principais alterações ocorridas, na sequência das reclassificações efectuadas no sector das administrações públicas.

3.5 IMPOSTOS E SUBSÍDIOS (D2 E D3)

No SEC95, a reformulação dos impostos e subsídios sobre os produtos decorre, em grande medida, da avaliação da produção mercantil e da produção para utilização final própria (sempre que possível), a qual é feita a preços de base, sendo os empregos avaliados a preços de aquisição.

Na sequência da aplicação do critério dos 50% e consequente passagem das unidades, anteriormente referidas, do sector das administrações públicas para o sector das Sociedades, foram reclassificadas igualmente as operações relativas aos impostos eventualmente consignados a essas unidades, assim como aos subsídios concedidos por elas.

3.5.1 IMPOSTOS

O SEC95, distingue dois grandes grupos de impostos, os quais se subdividem em:

D2 - Impostos sobre a produção e importação

D21 - Impostos sobre os produtos

D211 - Impostos do tipo valor acrescentado

D212 - Impostos e direitos sobre a importação, excepto o IVA

D2121 - Direitos de importação

D2122 - Impostos sobre a importação, excepto IVA e direitos de importação

D214 - Impostos sobre os produtos, excepto o IVA e impostos sobre a importação

D29 - Outros impostos sobre a produção

A aplicação do SEC95, implicou a reclassificação de alguns impostos, dentro da rubrica impostos sobre a produção, por um lado, e por outro, entre impostos e outras operações.

Além disso, no que diz respeito às taxas pagas, quer por unidades produtivas, quer por famílias na sua qualidade de consumidoras, o SEC95, estabelece critérios para a sua distinção entre impostos e prestação de serviços³⁴. No que se refere às unidades produtivas, além da necessidade de reclassificar as taxas cobradas às empresas entre impostos e pagamento de serviços, os montantes que sejam classificados em impostos, são incluídos em D214. Relativamente às taxas pagas por famílias, o SEC95, considera que, ou são classificadas como um serviço prestado pelas unidades das administrações públicas, ou são incluídas em D5 (impostos correntes sobre o rendimento, património, etc). No SCNP86, os montantes de taxas cobradas às famílias na sua qualidade de consumidoras eram classificados, maioritariamente como transferências correntes diversas, embora algumas fossem classificadas em Impostos correntes sobre o rendimento, património, etc.

³⁴ Se a obtenção de licenças comerciais ou profissionais, depender apenas do montante devido, o seu valor deve ser classificado em impostos sobre os produtos (D214) ou impostos sobre o rendimento, conforme seja pago, respectivamente por unidades produtivas ou famílias. Contudo, se a obtenção das licenças resultar da necessidade da administração pública efectuar controlos para verificar a segurança das instalações, fiabilidade do equipamento utilizado, competência profissional dos empregados, qualidade dos bens ou serviços produzidos, então os respectivos montantes devidos devem ser classificados como prestações de serviços, quer sejam efectuados por empresas, quer por famílias; excepto se existir uma grande desproporcionalidade entre os montantes cobrados e os respectivos custos.

Assim, em termos de correcções efectuadas na passagem do SEC79 para o SEC95, podem salientar-se as seguintes:

- O §4.20 – b) inclui em impostos sobre os produtos “*os impostos do selo sobre a venda de produtos específicos, como bebidas alcoólicas ou tabaco e, sobre documentos oficiais ou cheques*”. Assim, a parte de imposto de selo, classificada no SCNP86, em R222³⁵ (outros impostos sobre a produção), excluindo as respectivas multas, é reclassificada em D214³⁶ (impostos sobre os produtos, excepto o IVA e impostos sobre a importação), excepto a parte de imposto de selo sobre os ordenados devida pelas famílias, a qual se mantém, tal como na anterior base das Contas Nacionais, em impostos sobre o rendimento.
- No SCNP86, o montante de estampilhas fiscais classificava-se em R222 (outros impostos sobre a produção), quando pagos por unidades de produção e em transferências correntes diversas, quando pagos por famílias. Ao abrigo do mesmo parágrafo (§4.20 b)), o montante total de estampilhas fiscais é reclassificado em D214 (impostos sobre os produtos, excepto o IVA e impostos sobre a importação).
- Os §4.28 e §4.81 consideram que as multas fiscais e os juros de mora devem ser incluídos nos respectivos impostos, se não for possível registá-los separadamente. Em Portugal, de acordo com os critérios da contabilidade pública, o montante de impostos pagos em atraso é contabilizado juntamente com o imposto a que respeita, mas as multas fiscais e os juros de mora a eles associados são registadas noutra rubrica separada. Assim, tendo em conta o conteúdo dos parágrafos acima mencionados e as regras de registo da contabilidade pública, é reclassificado o montante total de multas fiscais e juros de mora cobrados, os quais nas Contas Nacionais, base de 86, se encontravam repartidos por todo o tipo de impostos sobre os quais incidiam, em D75 (transferências correntes diversas).
- Tal como foi referido anteriormente, as taxas de licenças cobradas às unidades de produção e às famílias foram analisadas, à luz dos critérios do SEC95 e reclassificadas em produção e em D214 (impostos sobre os produtos, excepto o IVA e os impostos sobre a importação), quando pagas por unidades produtivas e em D5 (impostos correntes sobre o rendimento, património, etc) quando pagas por famílias, conforme sejam serviços prestados ou impostos. Convém, no entanto, salientar que existem algumas situações que possuem características, que permitem a sua classificação simultaneamente em produção ou em impostos, e que, por esse motivo, se encontram ainda em estudo. Por outro lado, existem outro tipo de situações que ainda se encontram em discussão no Eurostat, em virtude da complexidade da sua classificação, tais como, os rendimentos de concessões auferidos pelas administrações públicas, os quais se classificavam no SEC79, em rendimentos de activos incorpóreos e, no âmbito do SEC95, passam a ser registados como uma operação de produção. Contudo, existem vários argumentos a favor da sua classificação como impostos, assim como existem opiniões técnicas a favor do seu tratamento como rendimentos de activos e até mesmo como produção. Por

³⁵ SEC79

³⁶ SEC95

esta razão, a classificação deste tipo de transacções ainda não está definitivamente decidida.

- A Contribuição Autárquica foi reclassificada de impostos correntes sobre o rendimento, património, etc., para D29 (Outros impostos sobre a produção). Não se trata de uma correcção metodológica do SEC95, mas sim de uma alteração decorrente de uma mudança de base, a qual seria feita independentemente da alteração do Sistema. A Contribuição Autárquica é um imposto municipal que incide sobre o valor tributável dos prédios, dividindo-se, conforme a classificação dos prédios, em rústica e urbana. Tendo em conta que estes activos são normalmente utilizados por unidades produtivas durante o seu processo de produção e na produção de serviços de habitação por conta própria, por um lado e, por outro, o facto deste tipo de activos quando não afectos à produção, serem normalmente detidos por unidades das administrações públicas, as quais estão isentas do pagamento do imposto, optou-se por reclassificar a Contribuição Autárquica em D29.

3.5.2 SUBSÍDIOS

O SEC95 subdivide os subsídios em:

D31 - Subsídios aos produtos

D311 - Subsídios à importação

D319 - Outros subsídios aos produtos

D39 - Outros subsídios à produção

O conceito de subsídios aos produtos (D319), foi alargado no SEC95, face ao do SEC79, o que implicou a reclassificação de alguns subsídios, que anteriormente estavam classificados em R312³⁷ (outros subsídios de exploração), para D319³⁸ (Outros subsídios aos produtos).

O alargamento, no sentido de precisar melhor a definição, possibilitou a inclusão de todos os subsídios aos produtos, mesmo que se traduzam na diferença entre um preço objectivo específico e o preço efectivamente pago pelo comprador, situação esta que não era contemplada no SEC79. Além disso, no novo sistema, são classificados em D319, os subsídios concedidos aos produtores proporcionalmente à quantidade ou valor dos produtos adquiridos.

Nesta sequência, serão efectuadas as seguintes correcções de R312 (outros subsídios de exploração) para D319 (outros subsídios aos produtos), nas Contas Nacionais Portuguesas:

- Os subsídios pagos no âmbito do FEOGA-Garantia, para alguns produtos, concedidos proporcionalmente à superfície semeada, tais como cereais e oleaginosas. O valor unitário, pago por unidade de superfície semeada, tem subjacente um rendimento médio (ou valor médio da produção) calculado para cada tipo de cultura, valorizado com base num determinado preço de referência.

³⁷ SEC79

³⁸ SEC95

- Subsídios concedidos no âmbito do FEOGA-Garantia, aos produtores proporcionalmente aos seus consumos intermédios.

Outro tipo de correcções que decorrem do alargamento dos subsídios, no SEC95, nomeadamente, as concedidas no âmbito do §4.35 – c)³⁹:

- A parte das indemnizações compensatórias às empresas de transportes terrestres, em virtude da prestação por elas efectuadas do serviço público, nomeadamente no que se refere à proporção das suas receitas de títulos de transporte e passes sociais.

A parte das indemnizações compensatórias respeitantes às receitas com o transporte de idosos e de reformados/pensionistas, os quais se incluem na lista de riscos ou necessidades sociais definida no SEC95, são classificadas como transferências sociais em espécie.

- As reclassificações em D319 (outros subsídios aos produtos) , das transferências para quase-sociedades públicas, no âmbito do referido parágrafo, foram de dois tipos:

1. transferências concedidas às que constituíam o universo das quase-sociedades públicas, na base86, e que estavam classificadas em R312 (outros subsídios de exploração) ;
2. transferências concedidas às que, na aplicação do critério dos 50% contemplado no SEC95, transitaram para o sector das sociedades, como quase-sociedades públicas.

O novo sistema alargou igualmente, a possibilidade dos produtores não mercantis poderem receber outros subsídios à produção (D39), desde que resultem de medidas aplicadas em termos regulamentares, a todas os produtores, quer sejam mercantis, quer não mercantis. Assim, a parte dos pagamentos do Fundo Social Europeu concedida a produtores não mercantis, foi reclassificada em D39. No SCNP86, os pagamentos atribuídos pelo Fundo Social Europeu, estavam repartidos entre subsídios concedidos a unidades mercantis, transferências para administrações públicas e administrações privadas de acordo com o tipo de entidade que os recebia.

3.6 CONTRIBUIÇÕES E PRESTAÇÕES SOCIAIS (D6)

O SCN93 dá maior relevo aos fluxos de redistribuição de riqueza, do que o anterior. O novo sistema visa alargar o conceito de protecção social. Com efeito, do SEC79 para o SEC95, houve uma alteração no tratamento das contribuições e prestações sociais em espécie por um lado e, por outro, um aumento dos riscos ou necessidades sociais que podem dar origem a prestações sociais.

³⁹ §4.35-c): Os outros subsídios aos produtos incluem: «outros subsídios a sociedades e quase-sociedades públicas para cobrirem perdas persistentes em que incorram nas suas actividades produtivas em resultado de cobrarem preços inferiores aos seus custos médios de produção, no quadro da política económica social governamental ou europeia.»

Neste contexto mais amplo de seguro social, passaram a incluir-se os regimes privados de segurança social com constituição de fundos e que englobam as sociedades de seguros e os fundos de pensões.

Foi, ainda, alargado o âmbito dos riscos ou necessidades sociais que podem originar o pagamento de prestações sociais, no sentido de incluir as seguintes áreas: a educação, a promoção do emprego e outras necessidades básicas, as quais no sistema anterior estavam, na sua maioria, classificadas como transferências correntes diversas.

Assim, a lista dos riscos ou necessidades que, por convenção, podem dar origem a prestações sociais é a seguinte:

- doença; invalidez; incapacidade; acidente de trabalho ou doença profissional; velhice; sobrevivência; maternidade; família; promoção do emprego; desemprego; alojamento (não inclui os pagamentos que a entidade patronal efectua aos seus trabalhadores); educação; outras necessidades básicas.

No âmbito do SEC95, as contribuições sociais e prestações sociais, estão desagregadas da seguinte forma:

D61 - Contribuições sociais

D62 - Prestações sociais, excepto transferências sociais em espécie

D63 - Transferências sociais em espécie

3.6.1 CONTRIBUIÇÕES SOCIAIS (D61)

Contribuições sociais efectivas (D611);

- *Contribuições sociais efectivas dos empregadores (D6111);*

consistem nos pagamentos que os empregadores efectuam, em benefício dos seus empregados aos Fundos de segurança social, empresas de seguros e fundos de pensões, para garantir o pagamento de prestações sociais. Podem ser de carácter obrigatório (D61111) ou resultarem de acordos ou convenções, isto é, serem voluntárias (D61112). Ex: encargos patronais para o regime geral da segurança social, encargos patronais para fundos de pensões, encargos com seguros de saúde para benefício dos seu empregados, etc.. Este fluxo corresponde ao D121 (contribuições sociais efectivas dos empregadores).

- *Contribuições sociais dos empregados (D6112)*

consistem nas contribuições que os empregados pagam aos regimes de segurança social e regimes privados com ou sem constituição de provisões. Ex.: contribuições dos empregados para o regime geral da segurança social. Podem ser obrigatórias (D61121) ou voluntárias (D61122). Ex: Contribuições dos empregados para a ADSE.

- *Contribuições sociais dos trabalhadores por conta própria e dos não empregados (D6113)*

são contribuições a pagar, em seu próprio benefício, por trabalhadores independentes (empregadores ou trabalhadores por conta própria) e por não empregados. Podem ser obrigatórias (D61131) ou voluntárias (D61132)

Contribuições sociais imputadas (D612);

representam a contrapartida das prestações sociais (menos eventuais contribuições sociais dos empregados) pagas directamente pelos empregadores (não ligadas às contribuições efectivas dos empregadores) aos seus empregados ou antigos empregados e a outras pessoas com direito a essas prestações. Correspondem ao fluxo D122 (contribuições sociais imputadas dos empregadores).

Tal como foi dito anteriormente, a A.D.S.E., foi classificada, dentro do subsector Estado, como um regime privado sem constituição de provisões organizado pela administração pública para os seus próprios empregados. Nesta sequência considera-se que a A.D.S.E. concede aos seus beneficiários prestações sociais directas, pelo que se calcula um montante de contribuições sociais imputadas que é igual ao valor das prestações sociais directas *menos* as contribuições sociais dos empregados.

3.6.2 PRESTAÇÕES SOCIAIS, EXCEPTO TRANSFERÊNCIAS SOCIAIS EM ESPÉCIE (D62) E TRANSFERÊNCIAS SOCIAIS EM ESPÉCIE (D63):

A separação entre transferências sociais em espécie (D63) e prestações sociais, excepto transferências sociais em espécie (D62), a qual constitui uma inovação do SEC95, tem como objectivo permitir conhecer a redistribuição do rendimento em espécie. Esta conta é importante para efeitos de cálculo das despesas de consumo final/consumo final efectivo dos sectores famílias, administrações públicas e ISFL, através da conta de utilização do rendimento ajustado.

3.6.2.1 PRESTAÇÕES SOCIAIS, EXCEPTO TRANSFERÊNCIAS SOCIAIS EM ESPÉCIE (D62):

Prestações de segurança social em dinheiro (D621)

consistem nas prestações sociais a pagar, em numerário, aos beneficiários de regimes de segurança social. (ex.: subsídio de casamento, abono de família pagos pela segurança social, prestações familiares, subsídio de maternidade, de doença, etc.). Excluem-se desta rubrica os reembolsos das despesas em saúde, os quais são contabilizados em prestações sociais em espécie (D6311).

Prestações sociais com constituição de fundos (D622)

são prestações (em dinheiro ou em espécie) a pagar às famílias pela empresas seguradoras ou outras unidades institucionais que administrem regimes de segurança social privados com constituição de fundos. (ex.: participações nas consultas efectuadas por seguradoras no âmbito de seguros de saúde). Embora afecte a conta das famílias, não tem impacto na conta do sector das administrações públicas.

Prestações sociais sem constituição de fundos (D623)

são prestações, em dinheiro ou em espécie a pagar aos respectivos empregados, seus dependentes ou sobreviventes por empregadores que administrem regimes de segurança social privados sem constituição de fundos. (Exemplos:

pagamento de salários normais ou parte, em período de ausência por doença, acidente, maternidade, etc.; pagamento de complementos familiares, de educação ou outros, relativamente a dependentes; pagamentos de pensões de reforma ou sobrevivência a antigos empregados ou a seus sobreviventes; pagamentos de indemnizações a empregados ou a seus sobreviventes, no caso de despedimento, incapacidade, morte accidental, etc. (se ligados a contratos colectivos); serviços médicos não relacionados com a actividade do empregador; lares de convalescência e para reformados.

São aqui contabilizados os encargos com a saúde concedidos pela A.D.S.E. aos seus beneficiários, tendo em conta, tal como foi referido, que a ADSE é um regime privado sem constituição de fundos.

Prestações de assistência social em dinheiro (D624)

são prestações pagas às famílias pelas administrações públicas ou pelas ISFLSF, para fazer face às mesmas necessidades que as prestações de segurança social, embora não sejam concedidas no quadro de um regime de segurança social constituído por contribuições e prestações de segurança social. Por exemplo, as bolsas de estudo, as quais são atribuídas no âmbito da educação, são concedidas independentemente dos beneficiários estarem abrangidos por qualquer regime de segurança social.

3.6.2.2 TRANSFERÊNCIAS SOCIAIS EM ESPÉCIE (D63)

São bens e serviços individuais fornecidos, a título de transferências em espécie, pelas administrações públicas e pelas ISFLSF, a famílias individuais. Esses bens e serviços, os quais são fornecidos no âmbito de riscos ou necessidades sociais, podem ser adquiridos no mercado (a produtores mercantis), ou produzidos directamente como produção não mercantil.

Desagregam-se em:

Prestações sociais em espécie (D631):

são transferências sociais em espécie destinadas a diminuir o encargo financeiro dos riscos ou necessidades sociais das famílias (§4.84).

O SEC95 distingue três tipos de prestações sociais em espécie, sendo os dois primeiros concedidos aos beneficiários de um regime de segurança social:

- os beneficiários adquirem directamente eles próprios, os bens e serviços a unidades mercantis, sendo posteriormente reembolsados (D6311);
- os serviços em questão são directamente fornecidos aos beneficiários por unidades mercantis ao abrigo de acordos ou convenções. Neste caso, as administrações públicas e ISFLSF suportam, total ou parcialmente, os bens ou serviços adquiridos pelas famílias e fornecidos pelas unidades mercantis. Nesta situação os beneficiários apenas despendem uma parte ou nenhuma parte pela aquisição do bem ou serviço (D6312).
- Transferências em espécie concedidas às famílias, por unidades das administrações públicas ou ISFLSF, fora do âmbito de um regime de segurança social (D6313- Prestações de assistência social em espécie).

Ex.: Caso não estejam abrangidos por regimes de segurança social, a habitação social, o subsídio de alojamento, centros de dia, formação profissional, reduções nos preços de transportes, (desde que haja uma finalidade social) e outros bens e serviços semelhantes, desde que no âmbito de riscos e necessidades sociais.

Transferências de bens e serviços não mercantis individuais (D632):

Consistem nos bens e serviços fornecidos a famílias individuais, gratuitamente ou a preços que não são economicamente significativos por produtores não mercantis (administrações públicas ou ISFLSF).

As transferências de bens e serviços não mercantis individuais (D632) correspondem à produção não mercantil (excluindo vendas) destinada a consumo individual das administrações públicas, mais a produção não mercantil (excluindo vendas) das ISFLF (a qual o SEC95 considera, por convenção, sempre para consumo individual). Relativamente às administrações públicas, a distinção entre produção mercantil destinada a consumo individual e colectivo é feita com base na COFOG (Classificação das Funções das Administrações Públicas).

3.7 O CONSUMO FINAL (P3 E P4)

O conceito de despesa de consumo colectivo, no SEC79 dá lugar a dois conceitos de consumo final: a despesa de consumo final (P3) e o consumo final efectivo (P4). Com esta alteração, pretende-se evidenciar a diferença entre a despesa do sector das administrações públicas em bens de consumo e serviços e a aquisição desses mesmos bens de consumo e serviços. Ou seja, (SCN93, §9.78) distinguir entre as despesas efectuadas pelas administrações públicas e ISFLSF efectuadas com produtores mercantis, para que estes forneçam bens e serviços no âmbito da cobertura de riscos e necessidades sociais e, as efectuadas pelos produtores não mercantis, na sua produção não mercantil.

A despesa de consumo final (SEC95, §3.75) consiste na despesa efectuada, no caso pelas administrações públicas, em bens e serviços utilizados para a satisfação directa de necessidades individuais ou necessidades colectivas. Daí que a despesa de consumo final se subdivide na despesa de consumo individual e na despesa de consumo colectivo.

Assim, (SEC95, §3.79), a despesa de consumo final das administrações públicas (P3) inclui (à semelhança das ISFLSF), o valor dos bens e serviços produzidos pelas administrações públicas (excluindo a formação de capital por conta própria e as vendas) destinado a consumo individual (o qual corresponde às transferências de bens e serviços não mercantis individuais – D632) e ao consumo colectivo. Inclui também as despesas que são efectuadas pelas administrações públicas a produtores mercantis (na área da saúde, por exemplo) e que são fornecidos às famílias, no âmbito de riscos e necessidades sociais e que estão contabilizadas como prestações sociais em espécie (D631).

Na prática, a distinção entre a despesa de consumo individual e colectivo é feita através da COFOG - a nomenclatura das despesas por funções do sector das administrações públicas. Por convenção, (SEC95, §3.85) consideram-se de uma forma geral, despesas de consumo individual as efectuadas pelas seguintes áreas funcionais: educação, saúde, protecção social, serviços recreativos e culturais e fornecimento da habitação. Devem ser consideradas despesas de consumo colectivo as que abrangem, por exemplo, a administração geral, regulamentação, investigação em cada uma das anteriores classificações funcionais, bem como todas as restantes classificações funcionais da COFOG.

Consequentemente, a despesa de consumo individual é igual ao valor das transferências sociais em espécie: as prestações sociais em espécie e as despesas das administrações públicas em consumo individual.

O valor de consumo final efectivo (P4) corresponde à noção da despesa de consumo colectivo. Ou seja, (SEC95, §3.83) tratam-se de serviços colectivos que são fornecidos simultaneamente a todos os membros da colectividade ou a todos os membros de um sector particular da colectividade. Caracterizam-se, conforme referido anteriormente, por serem prestados simultaneamente a todos os membros da colectividade ou a determinados sectores, por a sua utilização ser normalmente passiva e não existir rivalidade na aquisição (a prestação a um indivíduo não reduz a parte disponível para os restantes membros da colectividade).

Esta distinção entre serviços de consumo individual e colectivo não era feita anteriormente pelo SEC79. Pretende-se, de facto, tornar mais clara a prestação de serviços colectivos por parte do Estado. Trata-se de um aspecto que contribui para uma análise mais aprofundada ao pretender-se avaliar o papel social desempenhado pelo Estado, nos dias de hoje. Poder-se-ão, eventualmente, fazer comparações entre os quinze para avaliar as diferentes prioridades de cada Estado Membro. Por outro lado, através da análise funcional das despesas das administrações públicas em consumo individual e colectivo, podem fazer-se avaliações da actuação destas unidades, numa perspectiva que anteriormente era limitada pela existência de uma classificação de funções mais rígida e menos descritiva.

3.8 OUTROS FLUXOS

A título de curiosidade, é importante referir que foi alargado o leque das operações do SEC95, em particular, a decomposição dos "outros fluxos". Isto é, incluem-se aqui, para além do consumo de capital fixo, a já referida aquisição líquida de activos não financeiros não produzidos e as outras variações de activos. Trata-se de um conceito agora introduzido que se traduz num aperfeiçoamento do sistema. Reflectem-se nesta rubrica, variações de activos, passivos e património líquido que não resultam de operações registadas na conta de capital ou na conta financeira. É uma classe bastante desagregada contemplando outras variações no volume de activos e passivos financeiros ou variações nos preços (ganhos/perdas de detenção). Entre as primeiras, considera-se o aparecimento e desaparecimento de activos no decurso normal de acontecimentos (aumento/diminuição do nível de recursos exploráveis do subsolo, entre outros), as variações nos activos e passivos devidas a factos excepcionais e imprevistos (destruição de edifícios por incêndios, etc) e variações na classificação das unidades e activos e na estrutura de unidades (por exemplo, quando o

ouro não monetário se torna monetário ou, quando uma unidade da administração pública se torna uma sociedade anónima).

Os ganhos/perdas de detenção nominais dividem-se em neutros e reais e são a categoria de outras variações no valor de activos, passivos e património líquido que reflecte as variações do nível e estrutura dos preços (§6.35, SEC95).

Pretende-se com o aparecimento desta categoria de “outros fluxos”, aperfeiçoar o sistema a nível macro-económico contabilizando as operações, numa óptica complementar de custo/benefício económico. Porém, será uma tarefa de acrescida complexidade na elaboração das contas nacionais.

Resumidamente:

Neste documento descrevem-se as implicações da implementação do SEC95, a partir da análise do SCNP86, o qual se baseava principalmente no SEC79, na elaboração das contas do sector das administrações públicas. Esta análise afecta os valores para o défice (necessidade de financiamento – saldo da conta de capital) do sector público, utilizado na avaliação dos critérios de convergência.

O SEC95 introduz uma nova sequência completa de contas em três fases: contas correntes, contas de acumulação e contas de património.

O universo do sector das administrações públicas sofreu alterações, em virtude, da diferente metodologia de determinação da produção mercantil e não mercantil, a qual se traduz na aplicação do critério dos 50%. Este critério é aplicado às unidades, antes da sua agregação em sectores, distingue os produtores públicos mercantis dos outros produtores não mercantis, sendo estes posteriormente agrupados no sector das administrações públicas.

A FBCF das administrações públicas foi alargada no sentido de incluir as despesas dos militares em construções, equipamentos e outros bens de capital que possam ter uma utilização alternativa civil.

As despesas com a exploração mineral, *software* informático e originais literários, artísticos ou recreativos, são incluídas em FBCF.

Os objectos de valor passam a estar incluídos na FBC.

Alteração do cálculo do consumo de capital fixo devido à inclusão de novos activos em FBCF.

Alterações no tratamento dos impostos e subsídios sobre os produtos decorrentes de alterações conceptuais e metodológicas, tendo em conta a sua importância na avaliação da produção. Algumas resultaram do alargamento do próprio conceito (impostos e subsídios sobre os produtos), outras de uma melhor definição da fronteira entre impostos e prestação de serviços, por um lado e, por outro, entre subsídios e transferências sociais.

O SEC95 dá uma maior importância aos fluxos de redistribuição do rendimento, através do alargamento do conceito de protecção social., quer pelo aumento dos riscos ou necessidades sociais que dão origem ao pagamento de prestações sociais, quer pela alteração no tratamento das contribuições e prestações sociais em espécie.

Introdução de novos conceitos de consumo final com consequente distinção de diferentes conceitos de rendimento disponível. Por um lado, as despesas de consumo final, as quais estão relacionadas com o seu rendimento disponível, representam as despesas das administrações públicas em consumo individual (beneficiando famílias individuais) e colectivo (beneficiando a sociedade como um todo). Por outro lado, o consumo final efectivo, relacionado com o rendimento disponível ajustado, corresponde exclusivamente ao consumo colectivo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COMISSÃO DAS COMUNIDADES EUROPEIAS - EUROSTAT (1978), Sistema Europeu de Contas Económicas Integradas – 2ª edição.

COMISSÃO DAS COMUNIDADES EUROPEIAS – EUROSTAT (1996), Sistema Europeu de Contas Nacionais e Regionais - 1995.

EUROSTAT (1996), “Transition from ESA79 to ESA 1995: issues affecting the government deficit”, B1/CN 308e

INE (1998), Nomenclaturas do Sistema de Contas Nacionais Portuguesas, DOCT 42/CSE EM

ONU, BM, FMI, OCDE, EUROSTAT (1998), Sistema de Contas Nacionais (SCN – 1993)

UNSD/ECONOMIC STATISTICS (1997), SNA News and Notes

REPARTIÇÃO DO RENDIMENTO E POBREZA EM PORTUGAL (1994/95)

Autor:
Carlos Farinha Rodrigues

REPARTIÇÃO DO RENDIMENTO E POBREZA EM PORTUGAL [1994/95]
[UMA COMPARAÇÃO ENTRE O PAINEL DE AGREGADOS FAMILIARES E O INQUÉRITO AOS
ORÇAMENTOS FAMILIARES]

**INCOME DISTRIBUTION AND POVERTY IN PORTUGAL [1994/95] [A
COMPARISON BETWEEN THE EUROPEAN COMMUNITY HOUSEHOLD PANEL AND THE HOUSEHOLD
BUDGET SURVEY]**

Autor: Carlos Farinha Rodrigues

- Investigador do CISEP/Instituto Superior de Economia Gestão.
- Consultor do INE na área das Estatísticas das Famílias.

RESUMO:

- O objectivo deste estudo é o de fornecer uma panorâmica global da distribuição do rendimento, da desigualdade e da pobreza em Portugal, utilizando os dados micro-económicos dos mais recentes inquéritos às famílias, produzidas pelo Instituto Nacional de Estatística: o Painel de Agregados Familiares e o Inquérito aos Orçamentos Familiares. Os resultados obtidos evidenciam que a distribuição do rendimento em Portugal é profundamente assimétrica, sendo caracterizada por altos índices de desigualdade associados a situações de precariedade e de pobreza monetária muito significativas. Estes resultados revelam-se suficientemente robustos, não estando dependentes da fonte de informação estatística utilizada.

PALAVRAS-CHAVE:

- *Repartição do Rendimento, Medidas de Desigualdade, Pobreza, Inquéritos às Famílias, Portugal.*

ABSTRACT:

- The objective of this study is to give a broad picture of the income distribution, the level of inequality and poverty in Portugal as revealed by the two most recent family surveys produced by the Portuguese Statistical Office: the European Community Household Panel and the Household Budget Survey. The results obtained consistently point to a very unequal distribution of income, with high levels of inequality and associated with high poverty rates. These main findings are not influenced by the choice of the survey, revealing a high degree of consistence between the two sources.

KEY-WORDS:

- *Income Distribution , Inequality Measures, Poverty Measures, Family Survey, Portugal.*

VOLUME 1

1º QUADRIMESTRE DE 1999

I. INTRODUÇÃO

O principal objectivo deste artigo é o de fornecer uma panorâmica global da distribuição do rendimento, da desigualdade e da pobreza em Portugal utilizando as fontes de informação mais recentes produzidas pelo Instituto Nacional de Estatística (INE).

Correspondendo a uma crescente preocupação da sociedade com as condições de vida da população surgiram nos últimos anos alguns estudos que se debruçaram sobre o tema em análise, utilizando diferentes fontes de informação e diferentes metodologias⁴⁰. A nível comunitário estas preocupações têm ganho igualmente um peso crescente, nomeadamente após a ratificação do Tratado de Amsterdão que no seu artigo 136 identifica o combate à exclusão social como um dos principais objectivos da Política Social Europeia. Decorrente desta orientação o Eurostat tem igualmente publicado resultados com base em metodologias centradas na análise da distribuição do rendimento e nas condições de vida da população dos diferentes países da U.E..

Também ao nível da disponibilidade da informação estatística vocacionada para as condições de vida das famílias se verificaram importantes e positivos avanços nos últimos anos. A realização de um Painel de Agregados Familiares (PAF), de âmbito comunitário e alicerçado numa harmonização de conceitos e metodologias, vem possibilitar o alargamento dos diferentes enfoques de análise, até então baseados quase exclusivamente nos Inquéritos aos Orçamentos Familiares (IOFs).

A apresentação das principais potencialidades do PAF na apreciação da distribuição do rendimento e na observação das condições de vida dos indivíduos e das famílias, bem como a caracterização dos dados portugueses, constituirá assim o objecto central da secção II deste estudo.

Na secção seguinte (secção III) proceder-se-á ao estudo da distribuição do rendimento utilizando a informação do PAF, apresentando-se as principais medidas de desigualdade e de pobreza monetária, bem como uma primeira tipificação de quais os principais grupos sócio-económicos em situação de pobreza.

Embora os diferentes estudos e publicações até agora realizados apontem inequivocamente para elevados níveis de desigualdade e de pobreza em Portugal, eles divergem quanto aos valores apresentados para os principais indicadores. Na secção IV tentar-se-á clarificar em que medida a utilização de diferentes fontes de informação, conceitos e metodologias podem explicar essas discrepâncias.

Por último, a secção V sumariará os principais resultados obtidos e tentará delinear as vias para um aprofundamento futuro da investigação nesta área.

⁴⁰ Veja-se Gouveia, M e Tavares, J. (1995), Ferreira, L. (1992), Rodrigues, C.F. (1994), Rodrigues, C.F. (1996) e Gouveia, M. e Rodrigues, C.F. (1998)

II. O PAINEL DE AGREGADOS FAMILIARES

II.1. POTENCIALIDADES E CARACTERÍSTICAS DO PAINEL DE AGREGADOS FAMILIARES

O PAINEL de Agregados Familiares é um inquérito anual aos Agregados Domésticos Privados (ADPs), efectuado na maioria dos estados comunitários, e abrangendo um vasto conjunto de áreas: características demográficas, mercado de trabalho, rendimentos, habitação, saúde, educação, etc. A sua estrutura longitudinal torna possível seguir e entrevistar as mesmas famílias e indivíduos ao longo de vários anos.

O inquérito é baseado num questionário harmonizado, concebido a nível comunitário e adaptado pelos diferentes institutos nacionais de estatística às diversas realidades nacionais.

Iniciado em 1994 em doze dos Estados membros, o último inquérito cujos resultados estão integralmente apurados reporta à segunda vaga, efectuada em 1995, sendo o ano de referência para os rendimentos 1994.

O PAF possui características únicas a nível europeu enquanto instrumento de análise dos rendimentos e das condições de vida das famílias. Como o próprio Eurostat⁴¹ salienta, as principais vantagens da utilização do PAINEL podem ser sumariadas nas seguintes quatro vertentes:

i) Comparabilidade da informação a nível comunitário

O PAINEL é elaborado utilizando metodologias e procedimentos que asseguram a comparabilidade entre os diferentes estados membros da UE. Esta comparabilidade alicerça-se num questionário comum, na harmonização dos diferentes conceitos, em técnicas de validação, imputação e ponderação idênticas e numa estrutura final dos principais resultados e apuramentos estandardizados.

Para além das vantagens que resultam da disponibilidade da informação comparável e harmonizada a nível comunitário, a existência de critérios comuns é igualmente relevante para cada um dos países que compõem o PAINEL, na medida que possibilita uma grelha de avaliação relativa de cada país comparativamente aos demais no seio da comunidade.

ii) Multi-dimensionalidade dos aspectos analisados

O facto de o PAINEL cobrir um conjunto vasto de áreas possibilita estabelecer a relação entre a actividade económica dos indivíduos, os seus rendimentos e condições de vida. Em particular, a análise integrada do circuito *mercado de trabalho* $\Rightarrow$ *rendimentos* $\Rightarrow$ *condições de vida* permite identificar as principais determinantes das situações de precariedade, constituindo assim um instrumento importante na definição e implementação de políticas sociais.

⁴¹ Veja-se, por exemplo, o relatório do Eurostat "ECHP Data Quality" efectuado em Dezembro de 1998

iii) Possibilidade de proceder a estudos longitudinais ao nível micro-económico

A possibilidade de seguir de forma continuada ao longo do tempo o mesmo conjunto de famílias e indivíduos é, indiscutivelmente, um dos aspectos mais relevantes do Painel. Ele possibilita a consideração das dinâmicas de mutação social, permite analisar a incidência da conjuntura económica sobre as condições de vida das famílias e, eventualmente, detectar a eficácia das próprias políticas sociais. Por exemplo, a utilização do Painel permitirá não só a detecção de quais as famílias em situação de precariedade mas igualmente a sua persistência nessa situação, tornando assim possível identificar os mecanismos de “entrada” e “saída” de situações de exclusão social. Num contexto de rápida mutação social este tipo de informação é vital para uma clara percepção dos diferentes mecanismos de exclusão.

iv) Constituição de um quadro global para a harmonização e coerência das estatísticas sociais

O Painel pode constituir um elemento estruturante no sistema de inquéritos sociais a nível europeu, em particular no respeitante às condições de vida e aos rendimentos. Para além do trabalho de harmonização e de compatibilização que esteve na base da sua elaboração e implementação até ao momento presente ele estabelece igualmente um incentivo, e um quadro de referência, para novos passos na harmonização de indicadores sociais.

Na apreciação da relevância do Painel de Agregados Familiares no estudo das condições de vida das famílias, é necessário ter em conta que algumas das suas principais potencialidades somente se revelarão à medida que novas “vagas” vão sendo produzidas e estudadas, alargando a possibilidade de estudos longitudinais e de detecção das diferentes dinâmicas sociais.

II.2. O PAINEL DE AGREGADOS FAMILIARES EM PORTUGAL (1995)

A segunda vaga do Painel de Agregados Familiares portugueses foi realizada entre Outubro e Dezembro de 1995, tendo sido inquiridos 4916 agregados que englobam cerca de 15000 indivíduos. Destes, 11858⁴² responderam a um questionário detalhado abrangendo questões relacionadas com a sua situação demográfica, emprego, desemprego e procura de emprego, situação laboral referente a empregos anteriores, periodicidade das suas actividades, rendimentos obtidos, nível de instrução e cursos de formação profissional que tenham frequentado, saúde, relações sociais, movimentos migratórios e ainda quanto à sua percepção subjectiva do seu nível de bem-estar.

⁴² Somente os indivíduos com 16 ou mais anos são solicitados a responder ao questionário individual detalhado. Em relação aos restantes indivíduos é, no entanto, igualmente recolhido um conjunto de informação de natureza demográfica, necessária a uma correcta apreciação da população total abrangida pelo inquérito.

Considerando uma correcta ponderação da amostra inquirida, de forma a corrigir as não-respostas⁴³ e a obter resultados significativos a nível nacional, podemos proceder a uma primeira caracterização da população representada no Painel tendo em conta algumas características sócio-demográficas.

O quadro n.º 1 apresenta-nos a distribuição dos agregados e dos indivíduos por tipo de ADP.

Quadro n.º 1 – Distribuição dos Agregados e Indivíduos por tipo de ADP

	ADP's	%	Indivíduos	%
Indivíduo só, com 65 ou mais anos	266379	8.1	262951	2.7
Indivíduo só, com idade entre 30 e 64 anos	138942	4.2	137098	1.4
Indivíduo só, com menos 30 anos	13572	0.4	13397	0.1
Fam.Monop.c/crianças c/menos de 16 anos	37274	1.1	100132	1.0
Fam.Monop.c/crianças (pelo menos uma >16 anos)	252498	7.7	637763	6.5
Casal s/crianças, p/menos um com 65+ anos	401292	12.2	792257	8.1
Casal sem crianças, ambos c/menos de 65 anos	292015	8.9	576515	5.9
Casal com uma criança c/menos de 16 anos	297658	9.0	881483	9.0
Casal com duas crianças c/menos de 16 anos	256696	7.8	1013573	10.3
Casal com 3+ crianças c/menos de 16 anos	52894	1.6	282282	2.9
Casal com crianças (pelo menos uma > 16 anos)	885984	26.9	3408347	34.7
Outro tipo de ADP com relação de parentesco	395264	12.0	1727958	17.6
Total	3290469	100.0	9833757	100.0

Os quadros n.º 2 e 3 permitem-nos uma panorâmica da distribuição espacial do inquérito tendo em conta a distribuição regional (NUT2) e a localização rural-urbano⁴⁴.

Quadro n.º 2 – Distribuição dos Agregados e Indivíduos por Região

	ADP's	%	Indivíduos	%
Norte	1139127	34.6	3640268	37.0
Centro	610562	18.5	1762213	17.9
Lisboa e Vale do Tejo	1086470	33.0	3149942	32.0
Alentejo	208504	6.3	571082	5.8
Algarve	141217	4.3	369393	3.8
Açores	36974	1.1	128579	1.3
Madeira	73235	2.2	225304	2.3
Total	3296088	100.0	9846781	100.0

⁴³ A taxa de resposta dos agregados (agregados com entrevistas conseguidas / agregados elegíveis) em Portugal é bastante elevada quando comparada com a dos restantes países que compõem o Painel. Em 1995 essa taxa foi de 90%.

⁴⁴ O Painel de Agregados Familiares não recolhe directamente informação quanto às características rurais ou urbanas da população inquirida. No entanto, o INE tem vindo a desenvolver uma metodologia de tipificação das diferentes freguesias em urbanas/semi-urbanas e rurais que aqui ensaiamos.

Quadro n.º 3 – Distribuição dos Agregados e Indivíduos por Tipologia Rural/Urbano

	ADP's	%	Indivíduos	%
Urbano	2082088	63.2	6288735	63.9
Semi-Urbano	730429	22.2	2312588	23.5
Rural	483570	14.7	1245457	12.6
Total	3296088	100.0	9846781	100.0

Questão essencial para uma clara percepção das condições de vida dos indivíduos é a identificação de qual a principal fonte de rendimento do agregado em que estão inseridos. O quadro n.º 4 apresenta-nos a distribuição dos agregados e dos indivíduos de acordo com a principal fonte de rendimento do agregado.

Quadro n.º 4 – Distribuição dos Agregados e Indivíduos por Principal Fonte de Rendimento do ADP

	ADP's	%	Indivíduos	%
Salários e Ordenados	1801562	55.2	6272568	64.1
Rendimentos Trabalho Conta Própria	346193	10.6	1207270	12.3
Pensões	912968	28.0	1803872	18.4
Subsídio Desemprego	38313	1.2	112897	1.2
Benefícios Sociais	107197	3.3	267490	2.7
Rendimentos de Propriedade	40276	1.2	81717	0.8
Outros Rendimentos	16392	0.5	35796	0.4
Total	3262901	100.0	9781611	100.0

II.3. CONCEITO DE RENDIMENTO UTILIZADO

O principal conceito de rendimento até ao momento utilizado no Painel de Agregados Familiares é o conceito de **Rendimento Monetário Líquido**, calculado pela agregação dos rendimentos do trabalho (trabalho por conta de outrem e por conta própria), de outros rendimentos privados (rendimentos de capital, propriedade e transferências privadas) e das pensões e outras transferências sociais recebidas. No cálculo do Rendimento Monetário Líquido são englobadas todas as receitas obtidas conjuntamente pelo agregado e por cada um dos seus actuais membros, no ano precedente à realização do inquérito (1994 no caso da segunda vaga).

Este conceito de rendimento não tem em conta eventuais rendimentos não monetários auferidos pelo agregado (receitas em espécie, autolocação e autoconsumo, rendas imputadas associadas à habitação própria, etc.). A não consideração deste tipo de rendimentos implica, necessariamente, uma subestimação do rendimento disponível das famílias em países como Portugal onde estas componentes têm ainda um peso

significativo e podem conduzir a um claro enviesamento na análise da distribuição do rendimento.⁴⁵

O quadro seguinte ilustra o Rendimento Monetário Líquido dos Agregados, e os seus diferentes componentes, em 1994. O rendimento médio dos agregados é de cerca de 2000 contos/ano. Saliente-se a importância relativa, no rendimento familiar, dos rendimentos do trabalho (cerca de 3/4 do rendimento total) e a importância das pensões com 17.4%. Por outro lado, as restantes transferências sociais têm um peso diminuto no cômputo do rendimento total.

**Quadro n.º 5 – Rendimento Monetário Líquido dos Agregados
(1994 – Preços Correntes – 10³ escudos)**

Tipo de Rendimento	Rendimento	(%)
Salários e Ordenados	1 284.3	63.5
Rendimentos do Trabalho por Conta Própria	222.2	11.0
Rendimentos do Trabalho	1 506.5	74.4
Rendimentos de Capital	36.4	1.8
Rendimentos de Propriedade	15.9	0.8
Transferências Privadas	9.5	0.5
Rendimentos Privados excluindo Trabalho	61.8	3.1
Subsídio Desemprego	30.1	1.5
Pensões Reforma/Sobrevivência	351.9	17.4
Subsídios Familiares	30.7	1.5
Subsídios Doença/Invalidez	37.5	1.9
Subsídios Relacionados com Educação	2.1	0.1
Outros Benefícios	2.9	0.1
Assistência Social	0.2	0.0
Subsídios relacionados c/alojamento	0.2	0.0
Transferências Sociais	455.4	22.5
Rendimento Monetário Líquido	2 023.7	100.0

Não sendo inquirido directamente o valor do rendimento monetário líquido de cada um dos agregados, este é obtido pelo Eurostat a partir dos questionários detalhados dos indivíduos constantes do Painel, através do recurso a um conjunto de técnicas harmonizadas de imputação. Estas técnicas de imputação são efectuadas ao nível mais elementar de desagregação do rendimento e visam nomeadamente:

- i) imputação do valor de um dado item de receita, quando apenas é referenciado o intervalo em que este se situa;
- ii) estimação de um valor líquido, quando o agregado somente declara o valor bruto de um dado componente do seu rendimento;

⁴⁵ A avaliação efectuada até ao presente no seio do Eurostat acerca da qualidade e da fiabilidade do Painel tem permitido ilustrar algumas das limitações inerentes à não consideração de rendimentos não monetários. Actualmente está em discussão no Eurostat, em colaboração com os diferentes países participantes do Painel, a elaboração de metodologias e técnicas que permitam ultrapassar esta insuficiência. É pois provável que num futuro próximo o actual conceito de Rendimento Monetário Líquido seja substituído ou complementado por um conceito mais abrangente de Rendimento Disponível que englobe, pelo menos parcialmente, os rendimentos não monetários.

- iii) estimação de um valor não declarado de uma fonte de rendimento, de que o agregado declara ser titular.

Outras técnicas são igualmente utilizadas, a um nível superior de agregação, de forma a corrigir as não-respostas no seio dos diferentes agregados, isto é, no caso de algum dos elementos adultos do agregado não ter respondido ao respectivo questionário detalhado.

O quadro seguinte permite-nos uma apreciação da importância relativa destas técnicas de imputação, na determinação do rendimento líquido dos agregados. O Índice Médio de Imputação dá-nos uma indicação de qual a proporção de um determinado tipo de rendimento que foi obtido através de imputação. Na coluna A temos os valores deste índice para o conjunto dos agregados, e na coluna B os valores do índice correspondentes exclusivamente aos agregados que recebem rendimentos dum determinado tipo.

Quadro n.º 6 – Índice Médio de Imputação (%) por componentes do Rendimento Monetário Líquido dos Agregados ⁴⁶

Tipo de Rendimento	A	B
Salários e Ordenados	1.3	2.1
Rendimentos Trabalho Conta Própria	19.3	88.7
Rendimentos de Capital	10.2	75.9
Rendimentos de Propriedade	0.2	4.9
Transferências Privadas	1.1	29.2
Subsídio Desemprego	0.1	2.0
Pensões Reforma/Sobrevivência	0.9	1.9
Subsídios Familiares	0.6	1.7
Subsídios Doença/Invalidez	0.3	3.0
Subsídios Relacionados com Educação	0.4	18.6
Outros Benefícios	0.1	5.8
Assistência Social	0.0	1.2
Subsídios relacionados c/alojamento	0.0	0.0
Rendimento Monetário	12.5	12.5

Como se pode constatar, em média, cerca de 12.5% do rendimento total dos agregados é obtido de forma indirecta, com recurso a técnicas de imputação. Particularmente elevado é o índice associado aos rendimentos do trabalho por conta própria, traduzindo as dificuldades acrescidas na inquirição deste tipo de rendimentos. Por outro lado, o índice correspondente ao trabalho por conta de outrem é bastante baixo, o que confere uma maior robustez aos valores obtidos para os salários e ordenados.

⁴⁶ Os dados constantes deste quadro são retirados do relatório do Eurostat "ECHP Data Quality" efectuado em Dezembro de 1998

III. DISTRIBUIÇÃO DO RENDIMENTO, DESIGUALDADE E POBREZA EM PORTUGAL

III.1. QUESTÕES METODOLÓGICAS ⁴⁷

A distribuição do rendimento que melhor permite aferir das condições de vida das populações é a **distribuição individual do rendimento por adulto equivalente**. Para tal, torna-se necessário proceder à transformação da distribuição inicial do rendimento de forma a considerar simultaneamente a construção do rendimento equivalente e a consideração de cada indivíduo como unidade de análise.

O rendimento equivalente é obtido, dividindo o rendimento total de cada agregado pela sua dimensão em termos de “adultos equivalentes”, utilizando a escala de equivalência modificada da OCDE. Esta escala atribui um peso de 1.0 ao primeiro adulto num ADP, 0.5 aos restantes adultos e 0.3 a cada criança. O rendimento equivalente permite ter em conta na análise da distribuição, as diferenças na dimensão e composição dos diferentes agregados.

De forma a passarmos da distribuição do rendimento por agregado para a correspondente distribuição individual, e assim obtermos uma mais apropriada medida do bem-estar de cada pessoa na sociedade, o rendimento equivalente do agregado é atribuído a cada indivíduo que o constitui. Os resultados apresentados utilizando a distribuição individual do rendimento por adulto equivalente são, assim, definidos em termos do número de pessoas e não de agregados.

Na abordagem da desigualdade, serão utilizadas diversas medidas de forma a ilustrar não só a assimetria existente em diferentes partes da distribuição, como os fundamentos dos diferentes juízos normativos na avaliação da desigualdade.

As seguintes medidas de desigualdade serão utilizadas:

i) **“Decile Ratio (P90/P10)”**

O “decile ratio” é o rácio entre o Percentil 90 e o Percentil 10 da distribuição. Dá assim uma relação entre o rendimento acima do qual se encontram os 10% da população de maior rendimento, comparativamente ao rendimento abaixo do qual se encontram os 10% da população mais pobre.

ii) **“Share Ratio (S80/S20)”**

O “share ratio” é o rácio entre a parte do rendimento total recebida pelos 20% da população com maiores rendimentos e a parte auferida pelos 20% de menores rendimentos.

iii) **Índice de Gini**

O índice de Gini é, provavelmente, a medida de desigualdade mais utilizado. Se representarmos por Y_i o rendimento de cada indivíduo, e

⁴⁷ Para uma discussão mais detalhada sobre as diferentes questões metodológicas subjacentes à análise da distribuição do rendimento a partir de dados micro-económicos veja-se Rodrigues, C.F. (1996)

ordenarmos estes de forma crescente com o rendimento, o Índice de Gini pode ser calculado como:

$$G = 1 + \left(\frac{1}{n} \right) - \left(\frac{2}{(n^2 \mu)} \right) \sum_{i=1}^n (n-i+1) Y_i$$

onde μ representa o rendimento médio da distribuição.

O índice de Gini é mais sensível a transferências efectuadas no meio da distribuição. O decréscimo na desigualdade resultante de uma transferência regressiva será tanto maior quanto mais perto da moda da distribuição os agentes envolvidos se encontrarem.

iv) Índice de Atkinson

O índice de Atkinson é obtido através da expressão seguinte:

$$A_\epsilon = 1 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^\epsilon \right)^{1/\epsilon}$$

onde ϵ é um parâmetro de aversão à desigualdade.

A sensibilidade do Índice de Atkinson a diferentes partes da distribuição depende do valor atribuído ao parâmetro de aversão à desigualdade ϵ . Quanto maior ϵ , maior o peso atribuído aos rendimentos de menor magnitude.

Na apreciação das famílias e indivíduos em situação de pobreza colocam-se duas questões de natureza metodológica: a primeira é a identificação da linha de pobreza, isto é, do limiar de rendimento abaixo do qual uma família pode ser considerada pobre. A segunda questão prende-se com as medidas de pobreza. Embora a quantificação da proporção dos pobres existentes numa dada sociedade seja um indicador importante do seu nível de bem-estar, é igualmente relevante dispor de informação que nos permita avaliar das condições de vida da população pobre.

No que concerne à determinação da linha de pobreza, utilizaremos neste trabalho o valor correspondente a 60% do rendimento mediano como limiar de pobreza.⁴⁸ No entanto, e de forma a obter-se alguma sensibilidade das medidas de pobreza face à escolha efectuada, calcularam-se igualmente linhas de pobreza baseadas em outras percentagens do rendimento mediano.

As medidas de pobreza adoptadas neste trabalho, são as medidas de Foster-Greer-Thorbecke (FGT), dadas pela expressão:

$$P_\alpha = \sum_{i=1}^q (1 - y_i / z)^\alpha / n$$

⁴⁸ Actualmente este é igualmente o critério utilizado pelo Eurostat na delimitação do limiar de pobreza

onde Z é a linha de pobreza, Y_i é o rendimento da unidade de observação i , n é o número de unidades de observação na amostra, q é o número de pobres e α é um parâmetro de aversão à pobreza.

O valor de α determina o tipo de índice estimado:

- a) $\alpha=0$. Neste caso apenas o número de pobres conta, pelo que $P_\alpha = q/p$. O índice consiste no rácio entre o número de pobres e a população total, ou seja, temos a **prevalência** da pobreza ou, usando uma terminologia mais consagrada, a taxa da pobreza.
- b) $\alpha=1$. Esta medida corresponde à soma, para todos os pobres, das diferenças entre os seus rendimentos e a linha de pobreza, expressa como percentagem da linha de pobreza. Trata-se de uma medida da **severidade** da pobreza, já que maiores níveis individuais de pobreza, na forma de rendimentos mais baixos, conduzem a maiores valores para o índice agregado. A designação comum desta medida é “gap” da pobreza. O “gap” da pobreza pode ser decomposto no produto do “gap médio” pela taxa de pobreza:

$$P_1 = \left(\sum_{i=1}^q (1 - y_i / z) / q \right) * (q / n)$$

- c) $\alpha=2$. É também tradicional na literatura calcular a medida de pobreza admitindo que, a gravidade da situação de privação cresce mais do que proporcionalmente com a distância a que o rendimento está da linha de pobreza. Trata-se de uma tentativa de medir a **intensidade** da pobreza. No caso particular de $\alpha=2$, admite-se que a gravidade cresce com o quadrado da distância proporcional do rendimento à linha de pobreza.

III.2. TIPIFICAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DO RENDIMENTO E MEDIDAS DE DESIGUALDADE

O quadro n.º 7 constitui o ponto de partida para a apreciação da distribuição dos rendimentos individuais, tomando como base o Painel de Agregados Familiares. Nele surge representado o rendimento equivalente para os vários decis e para o conjunto da distribuição. É igualmente apresentado o rendimento médio de cada decil como percentagem da mediana.

Quadro n.º 7 – Rendimento Médio por Adulto Equivalente por decis

DECIL	Rendimento Médio	% da Mediana
1º Decil	221.48	25.67
2º Decil	411.15	47.66
3º Decil	533.47	61.84
4º Decil	668.01	77.44
5º Decil	797.80	92.48
6º Decil	928.61	107.64
7º Decil	1072.65	124.34
8º Decil	1278.34	148.19
9º Decil	1657.86	192.18
10º Decil	2909.10	337.22
População Total	1048.99	121.60

Como se pode constatar, embora o rendimento médio anual, por adulto equivalente, seja de 1048.99 contos, o rendimento do 1º decil é inferior a 225 contos, pouco mais do que $\frac{1}{4}$ do rendimento mediano. O fraco nível de rendimentos relativos auferidos pelos primeiros decis da distribuição é facilmente corroborado pelo quadro seguinte, onde se apresenta a proporção do rendimento total auferido pelos vários decis. A última coluna do quadro n.º 8 apresenta a proporção acumulada do rendimento de cada um dos decis, constituindo assim as coordenadas da Curva de Lorenz associada à distribuição. Note-se, em particular, o que acontece nos decis extremos da distribuição. Enquanto o decil inferior tem acesso apenas a 2.1% do rendimento total, o último decil possui 27.9% do rendimento total.

Quadro n.º 8 – Proporção do Rendimento Médio por Adulto Equivalente auferido por cada decil

DECIL	Proporção do Rendimento	Curva de Lorenz
1º Decil	0.02111	0.02111
2º Decil	0.03916	0.06027
3º Decil	0.05079	0.11106
4º Decil	0.06381	0.17486
5º Decil	0.07593	0.25079
6º Decil	0.08865	0.33944
7º Decil	0.10177	0.44121
8º Decil	0.12174	0.56295
9º Decil	0.15818	0.72113
10º Decil	0.27887	1.00000

Os quadros n.º 9 a n.º 12 alargam a análise da assimetria na distribuição do rendimento aos diferentes grupos sociais considerados.

Observando o quadro n.º 9, verifica-se que são as famílias constituídas por “idosos vivendo só” e as “famílias monoparentais com crianças com menos de dezasseis anos”, aquelas que apresentam um menor rendimento médio por adulto equivalente.

Quadro n.º 9 – Rendimento Médio por Adulto Equivalente por Tipo de ADP

Indivíduo só, com 65 ou mais anos	623.36
Indivíduo só, com idade entre 30 e 64 anos	1144.17
Indivíduo só, com menos 30 anos	1156.11
Fam.Monop.c/crianças com menos de 16 anos	662.47
Fam.Monop.c/crianças (pelo menos uma >16 anos)	1042.57
Casal s/crianças, pelo menos um com 65 ou mais anos	821.25
Casal sem crianças, ambos com menos de 65 anos	1296.17
Casal com uma criança com menos de 16 anos	1280.87
Casal com duas crianças com menos de 16 anos	1141.25
Casal com 3 ou mais crianças com menos de 16 anos	855.68
Casal com crianças (pelo menos uma maior de 16 anos)	1059.35
Outro tipo de ADP com relação de parentesco	996.35

Os quadros n.º 10 e n.º 11 ilustram o rendimento médio de acordo com a região e a tipologia rural/urbano. Dois aspectos são de salientar: em primeiro lugar, o elevado rendimento médio da região de Lisboa e Vale do Tejo comparativamente às demais regiões do país; em segundo lugar, a importância do tipo de freguesia em que se reside. O rendimento equivalente médio dos agregados residentes em freguesias urbanas é mais do que o dobro do que o dos residentes em freguesias rurais.

Quadro n.º 10 – Rendimento Médio por Adulto Equivalente por Região (NUT2)

Norte	975.33
Centro	861.06
Lisboa e Vale do Tejo	1328.83
Alentejo	852.38
Algarve	816.81
Açores	868.03
Madeira	753.24

Quadro n.º 11 – Rendimento Médio por Adulto Equivalente por Tipologia Rural/Urbano

Urbano	1214.79
Semi-Urbano	830.70
Rural	608.37

Por último, o quadro n.º 12 permite observar que são os agregados cuja principal fonte de rendimento são as transferências sociais, aqueles que auferem menores rendimentos.

Quadro n.º 12 – Rendimento Médio por Adulto Equivalente por Principal Fonte de Rendimento do ADP

Salários e Ordenados	1166.09
Rendimentos de Trabalho por Conta Própria	948.76
Pensões	796.93
Subsídio Desemprego	687.40
Benefícios Sociais	517.95
Rendimentos de Propriedade	1360.72
Outros Rendimentos	1009.53

Esta forte dispersão dos rendimentos ganha uma expressão acrescida quando observamos as diferentes medidas de desigualdade.

Quadro n.º 13 – Medidas de Desigualdade

"Decile Ratio" (P90 / P10)	5.63921
"Share Ratio" (S80 / S20)	7.25143
Índice de Gini	0.37064
Índice de Atkinson $\epsilon=1.0$	0.22139
Índice de Atkinson $\epsilon=1.5$	0.32938
Índice de Atkinson $\epsilon=2.0$	0.44404

Todos os indicadores revelam elevados índices de desigualdade, com o Índice de Gini a apresentar um valor acima de 37%. O facto de o índice de Atkinson apresentar valores muito elevados para valores superiores de ϵ , reforça a noção de que a assimetria da distribuição é fortemente influenciada pelos baixos rendimentos das famílias situadas na parte inferior da distribuição.

III.3. CARACTERIZAÇÃO DOS AGREGADOS EM SITUAÇÃO DE POBREZA MONETÁRIA

De forma a identificar quais os agregados e indivíduos em situação de pobreza, construíram-se três linhas de pobreza correspondentes a limiares de rendimento equivalentes a 50%, 60% e 70% do rendimento mediano por adulto equivalente. O quadro seguinte ilustra os principais resultados obtidos:

Quadro n.º 14 – Medidas de Pobreza

	50% da Mediana	60% da Mediana	70% da Mediana
Limiar de Pobreza	431.40	517.68	603.97
Taxa de Pobreza ($\alpha=0$)	0.166651	0.238932	0.299759
Severidade da Pobreza ($\alpha=1$)	0.054960	0.079179	0.106871
Intensidade da Pobreza ($\alpha=2$)	0.029106	0.040734	0.054681

Tomando como referência o valor central de 60%, temos que 24% da população vive em situação de pobreza monetária. Isto significa que mais de dois milhões de portugueses, e cerca de 875 mil agregados, vivem em situação de grande precariedade, o que permite classificá-los como pobres⁴⁹.

Os quadros seguintes permitem uma caracterização dos indivíduos em situação de pobreza, de acordo com as categorias sócio-económicas consideradas. Os quadros n.º15 a n.º 18 apresentam na coluna A a proporção de pobres existente em cada um dos grupos, enquanto que na coluna B se representa a distribuição da população pobre pelas várias categorias.

O quadro n.º 15 permite observar que são os grupos constituídos por “idosos isolados” e por “agregados monoparentais com crianças menores”, aqueles que maior proporção de pobres apresentam. Os casais com muitas crianças evidenciam igualmente uma elevada percentagem de indivíduos em situação de pobreza.

⁴⁹ Os valores exactos obtidos a partir do Painel, são de 2337140 indivíduos e 875966 ADPs

Quadro n.º 15 – Caracterização e Distribuição dos Pobres de acordo com o Tipo de ADP

	A	B
Indivíduo só, com 65 ou mais anos	57.3	6.4
Indivíduo só, com idade entre 30 e 64 anos	32.0	1.7
Indivíduo só, com menos 30 anos	13.9	0.1
Fam.Monop. com crianças com menos de 16 anos	49.9	2.1
Fam.Monop.c/crianças (pelo menos uma maior 16)	31.3	8.5
Casal s/crianças, pelo menos um com 65 ou mais anos	44.7	15.2
Casal s/crianças, ambos com menos de 65 anos	25.1	6.0
Casal com uma criança com menos de 16 anos	10.1	3.8
Casal com duas crianças com menos de 16 anos	16.0	7.0
Casal com 3 ou mais crianças com menos de 16 anos	47.3	5.7
Casal com crianças (pelo menos uma c' mais 16 anos)	19.5	28.4
Outro tipo de ADP com relação de parentesco	20.5	15.1
População Total	23.9	100.0

O quadro seguinte analisa a percentagem de pobres em cada uma das sete regiões de Portugal. Saliente-se, a elevada proporção de indivíduos em situação de pobreza nas Regiões Autónomas dos Açores e da Madeira. Em termos de distribuição espacial é na região Norte que se encontra concentrada a maior percentagem dos indivíduos pobres (40.5% do total da população em situação de pobreza).

Quadro n.º 16 – Caracterização e Distribuição dos Pobres de acordo com a Região (NUT2)

	A	B
Norte	26.4	40.8
Centro	32.2	24.1
Lisboa e Vale do Tejo	11.9	16.0
Alentejo	31.9	7.8
Algarve	36.6	5.6
Açores	38.2	2.1
Madeira	37.4	3.6
População Total	23.9	100.0

As zonas rurais são aquelas que evidenciam uma maior proporção de indivíduos pobres. À medida que nos deslocamos das freguesias urbanas para as rurais a taxa de pobreza torna-se mais elevada, atingindo os 53.3% da população habitando em freguesias rurais.

Quadro n.º 17 – Caracterização e Distribuição dos Pobres de acordo com o Tipologia Rural/Urbano

	A	B
Urbano	14.8	39.8
Semi-Urbano	33.0	32.4
Rural	53.3	27.8
População Total	23.9	100.0

O quadro n.º 18 ilustra, uma vez mais, que são os agregados cuja principal fonte de rendimento é constituída por transferências sociais, aqueles que mais frágeis

condições económicas revelam conjuntamente com mais elevadas taxas de pobreza. Entre os agregados cuja fonte de rendimento predominante são os Benefícios Sociais encontramos 64.9% de indivíduos pobres. Essa percentagem desce para 40.9% entre os agregados cuja principal fonte de receita são as pensões.

Quadro n.º 18 – Caracterização e Distribuição dos Pobres de acordo com a Principal Fonte de Rendimento do ADP

	A	B
Salários e Ordenados	15.1	40.5
Rendimentos de Trabalho por Conta Própria	18.5	9.6
Pensões	50.3	38.9
Subsídio Desemprego	40.9	2.0
Benefícios Sociais	64.9	7.4
Rendimentos de Propriedade	29.5	1.0
Outros Rendimentos	43.2	0.7
População Total	23.9	100.0

IV. CONFRONTO ENTRE O PAINEL DE AGREGADOS FAMILIARES E O INQUÉRITO AOS ORÇAMENTOS FAMILIARES

O objectivo desta secção é o de avaliar a consistência de resultados entre o Painel de Agregados Familiares (1995) e o Inquérito aos Orçamentos Familiares (94/95), na análise da distribuição do rendimento, da desigualdade e da pobreza.

Ao proceder ao confronto entre estas duas fontes de informação, há que ter em conta não somente as diferenças resultantes de estarmos perante amostras distintas (e de diferente dimensão⁵⁰), mas igualmente perante conceitos e metodologias diferenciadas. Assim, desse confronto, não emana necessariamente a escolha de um deles como instrumento privilegiado para o estudo das condições de vida das famílias. A identificação e a percepção das diferenças existentes entre os dois inquéritos pode, contudo, constituir um passo significativo para um aperfeiçoamento futuro de ambos.

Dois aspectos serão objecto de análise detalhada: a estrutura da população e a estrutura dos rendimentos representadas em cada um dos inquéritos.

IV.1. ESTRUTURA DA POPULAÇÃO

No que concerne à estrutura da população os quadros n.º 19 a n.º 22 permitem comparar os resultados dos inquéritos.

⁵⁰ O Inquérito aos Orçamentos Familiares 1994/95 inquiriu 10554 ADPs que englobam 32124 indivíduos

O quadro n.º 19 apresenta a distribuição dos agregados e dos indivíduos por tipo de ADP. As divergências existentes afiguram-se-nos perfeitamente aceitáveis, dado estarmos em presença de amostras diferentes.

Quadro n.º 19 – Confronto entre o PAF (1995) e o IOF (94/95) Tipo de ADP (%)

	Agregados		Indivíduos	
	PAF	IOF	PAF	IOF
Indivíduo só, com 65 ou mais anos	8.1	10.0	2.7	3.3
Indivíduo só, com idade entre 30 e 64 anos	4.2	3.8	1.4	1.3
Indivíduo só, com menos 30 anos	0.4	0.2	0.1	0.1
Fam.Monop c/crianças com menos de 16 anos	1.1	1.3	1.0	1.1
Fam.Monop.c/crianças (pelo menos uma >16 anos)	7.7	5.3	6.5	4.8
Casal sem crianças, pelo menos um com 65+ anos	12.2	14.6	8.1	9.7
Casal sem crianças, ambos com menos de 65 anos	8.9	7.6	5.9	5.1
Casal c/uma criança c/menos de 16 anos	9.0	8.1	9.0	8.1
Casal c/duas crianças c/menos de 16 anos	7.8	6.6	10.3	8.7
Casal c/três ou mais crianças c/menos de 16 anos	1.6	1.8	2.9	3.2
Casal com crianças (pelo menos uma > 16 anos)	26.9	29.1	34.7	39.1
Outro tipo de ADP com relação de parentesco	12.0	10.6	17.6	14.4
Outro tipo de ADP s/relação de parentesco	0.0	0.9	0.0	1.3
População Total	100.0	100.0	100.0	100.0

Os dois quadros seguintes confrontam a estrutura da população relativamente à distribuição regional e por freguesias urbano/rurais.

Quadro n.º 20 – Confronto entre o PAF (1995) e o IOF (94/95) Região (%)

	Agregados		Indivíduos	
	PAF	IOF	PAF	IOF
Norte	34.6	32.4	37.0	35.5
Centro	18.5	18.1	17.9	17.3
Lisboa e Vale do Tejo	33.0	35.4	32.0	33.4
Alentejo	6.3	5.9	5.8	5.3
Algarve	4.3	3.9	3.8	3.5
Açores	1.1	2.1	1.3	2.4
Madeira	2.2	2.2	2.3	2.6
População Total	100.0	100.0	100.0	100.0

Quadro n.º 21 – Confronto entre o PAF (1995) e o IOF (94/95) Tipologia Rural/Urbano (%)

	Agregados		Indivíduos	
	PAF	IOF	PAF	IOF
Urbano	63.2	55.8	63.9	55.8
Semi-Urbano	22.2	26.0	23.5	27.5
Rural	14.7	18.2	12.6	16.8
População Total	100.0	100.0	100.0	100.0

Embora a estrutura por regiões se apresente muito próxima, os dois inquéritos revelam, contudo, diferenças acentuadas quanto à importância relativa dos agregados e indivíduos habitando em freguesias rurais e urbanas. O IOF confere, inequivocamente,

um maior peso às populações rurais do que o PAF. Esta divergência na estrutura da população não poderá deixar de se reflectir, como veremos, na própria estrutura dos rendimentos.

Para se comparar a principal fonte de rendimento dos agregados, é necessário ter em conta que o IOF regista não somente os rendimentos monetários, mas igualmente os rendimentos não monetários. De forma a garantir a comparabilidade entre os dois conceitos, construíram-se no IOF duas categorias referentes à principal fonte de receita. A primeira tem exclusivamente em conta os rendimentos monetários do agregado, sendo portanto, directamente comparável com a do PAF. A segunda tem em conta todos os tipos de rendimento apurados no IOF.

Quadro n.º 22 – Confronto entre o PAF (1995) e o IOF (94/95) Principal Fonte de Receita do ADP (%)

	Agregados			Indivíduos		
	PAF	IOF-RM	IOF-RT	PAF	IOF-RM	IOF-RT
Salários e Ordenados	55.2	48.9	46.7	64.1	58.3	55.8
Rends.Trabalho C/Própria	10.6	13.5	11.7	12.3	15.9	13.9
Pensões	28.0	31.9	28.9	18.4	20.7	18.9
Subsídio Desemprego	1.2	1.1	1.0	1.2	1.1	1.0
Benefícios Sociais	3.3	0.3	0.3	2.7	0.4	0.3
Rends. de Propriedade	1.2	1.8	1.4	0.8	1.4	1.1
Outros Rendimentos	0.5	2.4	10.1	0.4	2.2	9.1
População Total	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

Como se pode observar no quadro anterior, o PAF apresenta uma maior percentagem da população vivendo em agregados cuja principal fonte de rendimento é o trabalho por conta de outrem, o que eventualmente pode estar associado ao maior peso de famílias urbanas no PAINEL. Quando se compara a estrutura da população do PAINEL com a estrutura equivalente do IOF (*IOF-RM*), nota-se igualmente uma maior percentagem da população do PAF em agregados cuja fonte de rendimento predominante são os Benefícios Sociais. Uma maior atenção no âmbito do PAINEL à inquirição dos diversos tipos de transferências sociais pode constituir uma explicação plausível para as diferenças encontradas nesta rubrica nos dois inquéritos.

Se tivermos em conta todos os itens do rendimento inquiridos no IOF (*IOF-RT*), então o número de agregados e de indivíduos cuja principal fonte de rendimento aparece na categoria “Outros Rendimentos”, sobe para 9-10%, permitindo antecipar a importância que os rendimentos não monetários têm no rendimento familiar.

IV.2. ESTRUTURA DOS RENDIMENTOS

Ao confrontar a estrutura dos rendimentos entre o PAF e o IOF, é necessário ter em conta o diferente conceito de rendimento agregado, subjacente a cada um dos inquéritos. Como vimos o conceito base do PAINEL é o de Rendimento Monetário Líquido dos Agregados, enquanto que no Inquérito aos Orçamentos Familiares, o

conceito base é o de Receita Líquida Total, englobando quer os rendimentos monetários quer os rendimentos não monetários. De forma a assegurar a comparabilidade da análise, o quadro n.º 23 apresenta três estruturas do rendimento dos agregados:

- i) a estrutura dos rendimentos monetários do Painei;
- ii) a estrutura dos rendimentos monetários do IOF (IOF-RM), compatível com a do PAF;
- iii) a estrutura dos rendimentos totais do IOF (IOF-RT) .

Uma primeira constatação é a de que o rendimento monetário líquido dos agregados obtido em ambos os inquéritos é muito semelhante, cerca de 2000 contos/ano. O facto de o desvio entre os dois inquéritos ser inferior a 1%, não pode deixar de constituir um indicador positivo quanto à coerência entre as duas fontes de informação e quanto à representatividade dos valores observados.

Um segundo aspecto que emerge da observação do quadro n.º 23, é o maior peso relativo dos rendimentos do trabalho por conta de outrem na estrutura dos rendimentos monetários do Painei. Este facto, consistente com a análise anteriormente efectuada da distribuição da população de acordo com a principal fonte de rendimento do agregado, justifica uma investigação futura mais detalhada das causas que o determinam, nomeadamente, ao nível da construção das amostras para os dois inquéritos.

Quadro n.º 23 – Confronto entre o PAF (1995) e o IOF (94/95) Estrutura dos Rendimentos dos Agregados

Tipo de Rendimento	PAF	(%)	IOF-RM	(%)	IOF-RT	(%)
Salários e Ordenados	1284.3	63.5	1123.2	55.9	1123.2	45.8
Rends.Trabalho Conta Própria	222.2	11.0	302.7	15.1	302.7	12.3
Rendimentos do Trabalho	1506.5	74.4	1425.8	70.9	1425.8	58.1
Rendimentos de Capital	36.4	1.8	24.6	1.2	24.6	1.0
Rendimentos de Propriedade	15.9	0.8	33.9	1.7	33.9	1.4
Transferências Privadas	9.5	0.5	68.0	3.4	68.0	2.8
Rendimentos Privados	61.8	3.1	126.5	6.3	126.5	5.2
Subsídio Desemprego	30.1	1.5	33.6	1.7	33.6	1.4
Pensões Reforma/Sobrevivência	351.9	17.4	391.6	19.5	391.6	16.0
Subsídios Familiares	30.7	1.5	19.1	1.0	19.1	0.8
Subsídios Doença/Invalidez	37.5	1.9	7.1	0.4	7.1	0.3
Subsídios relacionados c/Educação	2.1	0.1	2.4	0.1	2.4	0.1
Outros Benefícios	2.9	0.1	4.5	0.2	4.5	0.2
Assistência Social	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Subsídios relacionados c/alajamento	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Transferências Sociais	455.4	22.5	458.3	22.8	458.3	18.7
Rendimento Monetário Líquido	2023.7	100.0	2010.6	100.0	2010.6	82.0
Salários em Natureza	(-)		(-)		20.2	0.8
Autoconsumo/Autoabastecimento	(-)		(-)		67.7	2.8
Autolocação	(-)		(-)		263.1	10.7
Outros Rendimentos n/monetários	(-)		(-)		90.4	3.7
Rendimentos não Monetários	(-)		(-)		441.4	18.0
Rendimento Total Líquido	(-)		(-)		2452.0	100.0

Um último aspecto a realçar é a importância dos rendimentos não monetários no Rendimento Líquido Total dos agregados. De acordo com o IOF, estes rendimentos representavam em 1994 18% do rendimento total, pelo que a sua não consideração no Painel implica uma clara sub-avaliação dos recursos auferidos pela população, com consequências óbvias sobre o seu nível de bem-estar.

IV.3. NÍVEIS DE DESIGUALDADE E DE POBREZA

As diferenças verificadas nas estruturas da população e dos rendimentos entre os dois inquéritos, não podem deixar de se reflectir na distribuição do rendimento entre os diferentes indivíduos e nas diferentes medidas de desigualdade e de pobreza.

Retomando a distribuição individual do rendimento por adulto equivalente, os quadros n.º 24 a n.º 26 apresentam os diversos indicadores quanto à distribuição do rendimento, a desigualdade e a pobreza

Quadro n.º 24 – Confronto entre o PAF (1995) e o IOF (94/95) Proporção do rendimento total auferida por cada decil

	PAF	IOF-RM	IOF-RT
1º Decil	0.02111	0.02766	0.02973
2º Decil	0.03916	0.04230	0.04415
3º Decil	0.05079	0.05302	0.05512
4º Decil	0.06381	0.06422	0.06468
5º Decil	0.07593	0.07472	0.07446
6º Decil	0.08865	0.08618	0.08624
7º Decil	0.10177	0.10050	0.09972
8º Decil	0.12174	0.11876	0.11915
9º Decil	0.15818	0.15229	0.15310
10º Decil	0.27887	0.28036	0.27364

Quadro n.º 25 – Confronto entre o PAF (1995) e o IOF (94/95) Medidas de Desigualdade

	PAF	IOF-RM	IOF-RT
"Decile Ratio" (P90 / P10)	5.63921	4.93145	4.69922
"Share Ratio" (S80 / S20)	7.25143	6.18499	5.77587
Índice de Gini	0.37064	0.35749	0.34713
Índice de Atkinson $\epsilon=1.0$	0.22139	0.19429	0.18150
Índice de Atkinson $\epsilon=1.5$	0.32938	0.27443	0.25452
Índice de Atkinson $\epsilon=2.0$	0.44404	0.35185	0.32032

Quadro n.º 26 – Confronto entre o PAF (1995) e o IOF (94/95) Medidas de Pobreza (60% da Mediana)

	PAF	IOF-RM	IOF-RT
Limiar de Pobreza	517.68	499.10	608.52
Taxa de Pobreza ($\alpha=0$)	0.238932	0.203907	0.180466
Severidade da Pobreza ($\alpha=1$)	0.079179	0.053664	0.046198
Intensidade da Pobreza ($\alpha=0$)	0.040734	0.021675	0.017508

A principal conclusão que se pode retirar dos quadros anteriores é a de que, de forma sistemática e consistente, o Painel apresenta indicadores de desigualdade e de pobreza mais elevados do que o IOF.

Ao compararmos a distribuição do rendimento monetário entre os dois inquéritos verifica-se que o Painel apresenta um nível de desigualdade, medido pelo Índice de Gini, que é cerca de ponto e meio percentual superior ao registado no IOF. Os diferentes valores do Índice de Atkinson confirmam este desvio, evidenciando ainda que este se torna mais importante para valores superiores de ϵ . O comportamento sugerido pelo Índice de Atkinson é o de que o agravamento da desigualdade no Painel pode encontrar uma explicação, ainda que parcial, num mais baixo rendimento relativo dos primeiros decis da distribuição do PAF, comparativamente aos do IOF. A observação da proporção do rendimento total auferida por cada decil (quadro n.º 24) permite confirmar esta explicação.

No que concerne à taxa de pobreza, e considerando o valor de referência de 60% do rendimento mediano como limiar de pobreza, o Painel regista igualmente uma maior proporção de indivíduos pobres: 23.9% da população comparativamente aos 20.4% estimados no IOF.

Uma explicação possível para uma maior desigualdade e níveis de pobreza na distribuição individual do rendimento monetário por adulto equivalente no Painel, radica na estrutura dos rendimentos nos dois inquéritos. Em estudo anterior⁵¹ demonstrámos que as desigualdades salariais em Portugal tinham um impacto na desigualdade total mais do que proporcional ao seu peso na estrutura do rendimento. Dado o maior peso dos rendimentos do trabalho por conta de outrem na estrutura dos rendimentos do Painel, não se nos afigura estranho que esse peso acrescido se traduza igualmente num maior nível de desigualdade.

A comparação entre a distribuição do rendimento monetário com o rendimento total, permite evidenciar que, no caso português, o conjunto dos diferentes rendimentos não monetários tem um efeito equalizador sobre a distribuição do rendimento e o nível de desigualdade, sendo a sua importância particularmente relevante para os primeiros decis da distribuição, como se pode observar nas duas últimas colunas do quadro n.º 24.

A consideração do rendimento não monetário tem igualmente importantes repercussões na determinação da taxa de pobreza. Se considerarmos o conjunto de todos os rendimentos dos agregados, a taxa de pobreza reportada pelo IOF é de 18%, cerca de 6 pontos percentuais abaixo da alcançada utilizando a distribuição do rendimento monetário do Painel. Ilustra-se assim, uma vez mais, a importância que em Portugal os rendimentos não monetários assumem no rendimento total e nas condições de vida das famílias e, em particular, nas de mais baixo rendimento.

⁵¹ Veja-se Rodrigues, C.F. (1994)

V. PRINCIPAIS RESULTADOS E LINHAS DE INVESTIGAÇÃO FUTURA

Este trabalho permite evidenciar, em primeiro lugar, que a distribuição do rendimento em Portugal apresenta em 1994 uma elevada assimetria, caracterizada por altos índices de desigualdade e associada a situações de precariedade e de pobreza monetária muito significativas. Estes resultados revelam-se suficientemente robustos, não estando dependentes da fonte de informação estatística utilizada. Quer o Painel de Agregados Familiares quer o Inquérito aos Orçamentos Familiares reportam níveis de desigualdade e de pobreza muito superiores aos registados na generalidade dos países da U.E.

Um segundo aspecto a ter em consideração prende-se com a utilização do Painel de Agregados Familiares na análise da distribuição do rendimento e das condições de vida das famílias. Constituindo o Painel o mais importante repositório de informação sobre as famílias e os indivíduos em Portugal, este estudo corporiza uma primeira tentativa de modelização dos seus dados micro-económicos na análise da repartição do rendimento e na identificação das famílias em situação de pobreza. O teste de consistência dos resultados obtidos, comparativamente aos resultantes da utilização do IOF, não só confirma as potencialidades da utilização do Painel como instrumento privilegiado para o estudo das condições de vida das famílias como evidencia que o Painel pode constituir um quadro de referência para a harmonização e o aperfeiçoamento do sistema de estatísticas sobre as famílias.

Uma última observação respeita às possibilidades de utilização futura da informação do Painel. Embora este primeiro estudo se tenha restringido a uma análise seccional dos dados do Painel é na possibilidade de realização de estudos longitudinais que a sua utilização apresenta claras vantagens comparativas face a outras fontes de informação mais tradicionais. A disponibilidade, num futuro próximo, da utilização de sucessivas vagas do Painel potenciará a realização de estudos vocacionados para a identificação das diferentes dinâmicas sociais, para o traçar de perfis evolutivos das principais variáveis referentes às condições de trabalho e de vida das famílias, para o acompanhamento e avaliação das políticas sociais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ATKINSON, A. B. (1970) "On the Measurement of Inequality," *Journal of Economic Theory*, 244-63.
- ATKINSON, A. B. (1983), *The Economics of Inequality* (2nd Ed).
- ATKINSON, A. B. (1990) "On the Measurement of Poverty," *Econometrica*, 749-764.
- COSTA, A. BRUTO DA (1994), "The Measurement of Poverty in Portugal", *Journal of European Social Policy*, 4, 2, 95- 115.

- COWELL, F. (1994), *Measuring Inequality*, LSE Handbooks in Economics, London 2ª Ed.
- EUROSTAT (1996), *The European Community Household Panel (ECHP): Volume 1 – Survey methodology and Implementation, Theme 3, Series E*, Eurostat, OPOCE, Luxemburgo .
- EUROSTAT (1998), “ECHP Data Quality”, mimeo.
- EUROSTAT (1998), “Low Income and Low Pay in a Household Context (EU-12)”, *Statistics in Focus – Population and Social Conditions*, 1998-6.
- EUROSTAT (1998), “Analysis of Income Distribution in 13 EU Member States”, *Statistics in Focus – Population and Social Conditions*, 1998-11.
- FERREIRA, L. (1992), “Pobreza em Portugal - Variação e Decomposição de Medidas de Pobreza a partir dos Orçamentos familiares de 1980-1981 e 1989-1990”, *Estudos de Economia*, 12, 4, 377-393.
- GOUVEIA, M. E J. TAVARES (1995), “The Distribution of Household Income and Expenditure in Portugal: 1980 and 1990”, *Review of Income and Wealth*, Março.
- GOUVEIA, M. E R. ALBUQUERQUE (1994), “A Distribuição dos Salários em Portugal: 1980 e 1990”, *Boletim Trimestral do Banco de Portugal*, Março.
- GOUVEIA, M. E RODRIGUES, C.F. (1998) “Impacto do Rendimento Mínimo Garantido na Distribuição do Rendimento e no Bem Estar das Famílias”, CISEP, Relatório de Investigação, Instituto Superior de Economia e Gestão, Lisboa, 1998.
- JENKINS, S. (1991a) “The Measurement of Income Inequality”, in: *Economic Inequality and Poverty: International Perspectives*; Lars Osberg (ed); ME Sharpe; New York, London; 1991.
- INE (1997), *Metodologia do Inquérito aos Orçamentos Familiares 1994-1995*, Lisboa, 1997
- PEREIRINHA, J.. (1988), “Inequalities Household Income Distribution and Development in Portugal”, Unpublished Ph.D. Thesis, Institute of social Studies, Hague, Holande.
- RODRIGUES, C.F. (1993), *The Measurement and Decomposition of Inequality in Portugal [1980/81 - 1989/90]*”, Microsimulation Unit Discussion Paper MU9302, Cambridge, Department of Applied Economics.
- RODRIGUES, C. F. (1994), “Repartição do Rendimento e Desigualdade: Portugal nos anos 80”, *Estudos de Economia*, 14, 4, 399-427.
- RODRIGUES, C.F. (1996), “Medição e Decomposição da Desigualdade em Portugal [1980 - 1990]”, *Revista de Estatística*, vol. 1 nº 3.

INFORMAÇÕES

VOLUME 1

1º QUADRIMESTRE DE 1999

ACTIVIDADES E PROJECTOS IMPORTANTES NO ÂMBITO DO SISTEMA ESTATÍSTICO NACIONAL

IMPORTANT ACTIVITIES AND PROJECTS IN THE SCOPE OF THE NATIONAL STATISTICAL SYSTEM

ACTIVIDADES E PROJECTOS IMPORTANTES NO ÂMBITO DO SISTEMA ESTATÍSTICO NACIONAL - 1999

O processo de planeamento da actividade estatística abrange a definição dos objectivos estratégicos, através das Linhas Gerais da Actividade Estatística Nacional e Respectivas Prioridades, de periodicidade quadrienal; a concretização destes objectivos e a apresentação das principais acções a desenvolver a médio prazo, no Programa Estatístico de Médio Prazo, com a mesma periodicidade; e a planificação anual das acções a executar, no Plano de Actividades do INE e das Entidades com delegação de competências do INE.

As Linhas Gerais da Actividade Estatística Nacional e Respectivas Prioridades para 1998-2002 foram aprovadas pelo Conselho Superior de Estatística (CSE) em Maio de 1997 (Deliberação nº 125/97). O Programa Estatístico de Médio Prazo 1998-2002, que obteve parecer favorável do CSE, em Novembro de 1997 (Deliberação nº 135/97), concretiza os principais objectivos estratégicos e acções de desenvolvimento para os vários domínios da actividade estatística.

Na sequência dos dois documentos acima referidos, foi elaborado o Plano de Actividades do INE e das Entidades com delegação de competências do INE para 1999, sobre o qual o CSE emitiu parecer favorável em Dezembro de 1998.

1. OBJECTIVOS DO PLANO DE ACTIVIDADES PARA 1999

- Cumprir as obrigações legais e os compromissos assumidos no quadro do Programa Estatístico Comunitário 1998-2002;
- Melhorar a qualidade da produção estatística, designadamente em termos de prazos de disponibilidade, e promover a avaliação e o controlo da qualidade da informação produzida;
- Adaptar as principais operações estatísticas, com vista à criação de sistemas de informação integrados;

- Promover novas tecnologias de informação como suporte de difusão, prosseguindo a aproximação do INE aos utilizadores da informação, através da INTERNET e de novos produtos em bases de dados temáticas;
- Intensificar, em articulação com as Secções Especializadas do CSE, a procura de soluções para o acesso a fontes administrativas para fins estatísticos, visando a diminuição dos custos globais da produção estatística e a melhoria da respectiva qualidade;
- Reforçar o processo de articulação com as entidades com delegação de competências do INE, visando estimular a utilização generalizada dos ficheiros centrais, das nomenclaturas oficiais e dos conceitos estatísticos aprovados pelo CSE;
- Consolidar a formação dos quadros técnicos, em estreita colaboração com as universidades, e em particular com o Instituto Superior de Estatística e Gestão de Informação (ISEGI).

No sentido de alcançar estes objectivos, o Plano de Actividades para 1999 tem inscritos 338 modelos⁶⁶ estatísticos, dos quais 217 da responsabilidade do INE (64%), e 121 de outras entidades intervenientes na produção estatística oficial (36%).

Dos 338 modelos⁶⁶ estatísticos, 274 são de 1ª prioridade (81%), e 64 são de 2ª prioridade (19%); dos modelos⁶⁶ de 1ª prioridade, 115 são obrigatórios por legislação nacional ou comunitária (34%).

Apresentam-se ainda 23 modelos⁶⁶ estatísticos novos (7%), considerando-se os restantes 315 de desenvolvimento corrente.

O Plano de Actividades para 1999 apresenta a caracterização de todos os modelos⁶⁶ estatísticos nele inscritos, ventilados por 29 áreas estatísticas, a seguir enumeradas:

⇒ Administrações Públicas	⇒ Demografia
⇒ Agricultura, Produção Animal e Silvicultura	⇒ Educação
⇒ Ambiente	⇒ Emprego e Salários
⇒ Ciência e Tecnologia	⇒ Empresas
⇒ Comércio Internacional	⇒ Estatísticas Gerais
⇒ Comércio Interno e Outros Serviços	⇒ Formação Profissional
⇒ Condições de Vida das Famílias	⇒ Habitação, Construção e Obras Públicas
⇒ Conjuntura Económica	⇒ Indústria e Energia
⇒ Contas Nacionais e Regionais	⇒ Iniciativas de Produção e Estudos Regionais
⇒ Cultura, Desporto e Recreio	⇒ Instituições Financeiras e Seguros
⇒ Deficiência e Reabilitação	⇒ Justiça
	⇒ Pesca

⁶⁶ Por **modelos estatísticos** entende-se o conjunto de características metodológicas que definem uma ou mais operações estatísticas. É constituído pelos atributos constantes, com base nos quais se executam as operações estatísticas.

- | | |
|------------------------------------|------------------------------|
| ⇒ Preços | ⇒ Transportes e Comunicações |
| ⇒ Protecção Social | ⇒ Turismo e Restauração |
| ⇒ Relações e Condições do Trabalho | |
| ⇒ Saúde | |

2. PRINCIPAIS ACÇÕES A DESENVOLVER

2.1. PRODUÇÃO, ESTUDOS E DIFUSÃO DE INFORMAÇÃO ESTATÍSTICA

2.1.1. ESTATÍSTICAS ECONÓMICAS

- Disponibilizar os primeiros resultados das contas nacionais, 1995 e 1996, segundo a nova base (SEC 95), durante o primeiro semestre de 1999, e os do ano de 1997, até finais de 1999;
- Disponibilizar, durante o primeiro semestre de 1999, a série retropolada das contas nacionais de 1990 a 1995, segundo a nova base (SEC 95);
- Assegurar a transformação dos dados das contas nacionais segundo o SEC 1995 em SEC 79, para cumprimento do disposto no n.º 1 do artigo 8.º do Regulamento (CE) n.º 2223/96, do Conselho, de 25 de Junho (utilização do PNB na determinação do 4.º recurso próprio comunitário);
- Assegurar, na elaboração do questionário PNB de Setembro de 1999, a inclusão de uma 1.ª revisão dos dados de 1997 (articulação com as contas trimestrais);
- Prosseguir, em articulação com as unidades de produção sectorial, os esforços que permitam contribuir para garantir o objectivo de disponibilizar as contas definitivas do ano n em Julho de $n+2$;
- Prosseguir os trabalhos protocolizados com o Banco de Portugal, no sentido de garantir a adequada integração das contas financeiras nas contas nacionais portuguesas;
- Reiniciar o processo de diálogo com a Direcção Geral do Orçamento, no sentido de vir a assegurar a obtenção directa dos dados da contabilidade pública na óptica da contabilidade nacional;
- Iniciar o processo de alteração da metodologia de elaboração das contas regionais, passando a adoptar o ano de 1995 como base para aplicação do SEC 95;
- Reforçar o processo de integração dos trabalhos de elaboração das contas regionais com os das contas nacionais;

- Ajustar os calendários de disponibilização das contas regionais aos das contas nacionais, visando o objectivo da disponibilização dos dados do ano n no ano $n+2$;
- Desenvolver a informatização das contas nacionais;
- Desenvolver os trabalhos relativos à aplicação do SEC 95 às Contas Económicas da Agricultura, Silvicultura e Pescas, em articulação com as contas nacionais;
- Desenvolver os trabalhos de mudança de base (ano:1995) para os Preços Agrícolas, decorrentes das necessidades do SEC 95;
- Iniciar a realização do Recenseamento Geral da Agricultura 1999;
- Disponibilizar um conjunto de indicadores de referência infra-anual do Painel de Empresas, e assegurar a sua integração na elaboração das Contas Nacionais Trimestrais;
- Produzir e difundir um conjunto piloto de indicadores sobre Demografia de Empresas;
- Racionalizar a produção e difusão de informação estatística sobre serviços financeiros (secção J, CAE rev 2), no quadro da permuta de informação com as respectivas autoridades de supervisão, da análise de competências na divulgação da informação e da realização de estudos de exaustividade do sector;
- Consolidar as metodologias subjacentes às variáveis e indicadores a fornecer ao EUROSTAT no contexto do Regulamento sobre estatísticas estruturais das empresas;
- Estudar a viabilidade do projecto “Estatísticas do Sector Público Administrativo”, numa óptica de Contabilidade Pública;
- Estudar a viabilidade do projecto “Estatísticas das Instituições Particulares sem Fins Lucrativos”;
- Iniciar a divulgação dos resultados do Índice de Produção Industrial – Construção e Obras Públicas;
- Preparar a aplicação do novo Regulamento sobre estatísticas dos Transportes Aéreos;
- Retomar o projecto “Inquérito ao Alojamento Particular”;
- Participar no “Observatório Permanente da Actividade Turística”, caso seja criado e a sua actividade de inicie;
- Aplicar as alterações decorrentes da iniciativa SLIM, no Sistema Intrastat.

2.1.2. ESTATÍSTICAS SOCIAIS

- Divulgar os primeiros resultados das Estimativas do Parque Habitacional, e iniciar a análise metodológica sobre projecções do parque habitacional e carências habitacionais;
- Continuar todos os trabalhos referentes à preparação do Recenseamento Geral da População 2001, salientando-se a realização de um teste aos questionários;

- Concluir a concepção metodológica e implementar o Inquérito aos Orçamentos Familiares 2000/2001;
- Fazer a exploração longitudinal do Painel de Agregados (resultados das três vagas) para análise da desigualdade, pobreza e exclusão social;
- Iniciar a utilização de sistemas de leitura óptica (com carácter pioneiro no INE), na área da Demografia;
- Analisar o fenómeno do envelhecimento demográfico em Portugal, no âmbito do Ano Internacional do Idoso - 1999;
- Elaborar projecções de população activa, integradas no projecto Matriz Demográfica;
- Reformular as metodologias do “Inquérito ao ambiente - acção das Câmaras Municipais”, do “Inquérito ao financiamento público da actividade cultural”, e do “Inquérito aos espectáculos vivos”;
- Alargar a cobertura estatística do Índice de custo do trabalho;
- Iniciar a concepção de “Indicadores agro-ambientais” e de um “Sistema de informação geográfica” na área do Ambiente;
- Realizar Inquéritos à Inovação na Indústria e nos Serviços;
- Recolher dados relativos a educação e formação profissionalizante, visando harmonizar estatísticas europeias nesta área;
- Produzir informação sobre a formação contínua nas empresas, de modo a reduzir os custos de inquirição e a carga sobre as empresas;
- Elaborar indicadores sobre desajustamentos quantitativos e qualitativos da oferta de trabalho;
- Construir indicadores que evidenciem as alterações qualitativas da mão-de-obra, face à evolução sectorial da economia, dos processos tecnológicos e das disposições legais;
- Continuar o estudo sobre a caracterização social dos agregados familiares portugueses com filhos menores em idade escolar, cujo objectivo é um levantamento e caracterização do trabalho infantil em Portugal.

2.1.3. INFRAESTRUTURAS DE APOIO À PRODUÇÃO

- Assegurar a criação, em suporte automático, de um “Sistema Integrado de Nomenclaturas Económicas”, sua gestão permanente e difusão;
- Reiniciar os inquéritos de qualidade e de actualização do ficheiro central de empresas e estabelecimentos;
- Iniciar a inclusão, no Ficheiro Geral de Unidades Estatísticas, da componente “grupo de empresas”;
- Iniciar o processo de desconcentração para as unidades orgânicas de produção sectorial, para as Direcções Regionais do INE e para as entidades com delegação de competências, das tarefas inerentes à aplicação das

técnicas da estatística matemática, com excepção da selecção de amostras a partir de ficheiros centrais de unidades estatísticas.

2.2. TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO

- Implementar as alterações às aplicações, consequentes da entrada em vigor do EURO;
- Assegurar que nenhuma aplicação informática do INE seja afectada pelo ano 2000;
- Construir, por grandes áreas de informação, bases de dados com informação ao nível das unidades estatísticas e ao mais baixo nível de agregação significativo. Construir, actualizar e disponibilizar o catálogo geral da informação estatística disponível;
- Apoiar a evolução e integrar o SIG no SI do INE;
- Normalizar os padrões técnicos de implementação e optimizar servidores e serviços de web no INE;
- Normalizar e regulamentar : o desenvolvimento dos vários subsistemas aplicativos, numa perspectiva integrada e coerente; a utilização e gestão dos recursos informáticos de forma eficiente e harmonizada com o Sistema de Informação;
- Regulamentar, implementar e uniformizar os sistemas de segurança e salvaguarda da infraestrutura tecnológica e informacional. Reforçar as condições de resiliência das TI;
- Equipar o INE com servidores de bases de dados visando o suporte de dados de produção, disponibilização e difusão;
- Definir o enquadramento e linhas mestras para o uso de novas tecnologias aplicadas à captura de dados.

2.3 REGIONALIZAÇÃO

- Reforçar a articulação com os actores regionais, na perspectiva de melhorar a adequação entre a oferta e a procura regional de informação estatística;
- Promover a necessária articulação com as Autarquias e Associações de Municípios, tendo em vista a preparação dos Censos 2001;
- Optimizar a exploração de informação estatística já produzida que permita novas abordagens quantitativas ou qualitativas à escala regional;
- Dinamizar iniciativas de apreensão de fenómenos de crescente preocupação social;
- Promover o desenvolvimento das estatísticas transfronteiriças, no contexto das preocupações comunitárias com a revitalização das regiões de fronteira;
- Iniciar a colaboração com as Direcções Regionais de Agricultura no domínio das Estatísticas Agrícolas, visando a crescente melhoria da sua qualidade;
- Elaborar e difundir novos estudos, publicações e iniciativas regionais.

CONGRESSOS, SEMINÁRIOS, COLÓQUIOS E CONFERÊNCIAS

CONGRESS, SEMINARS AND CONFERENCES

No Estrangeiro:

Abroad:

1999

□ 25 - 28 de Maio

International Conference on Large Scale Data Analysis, Cologne, Germany.

Informações: Friederika Priemer, Univ. zu Koeln, Zentralarchiv fuer Empirische Sozialforschung, Bachemer Str. 40, D-50931 Koeln, Germany; Telf.: 49 221 47694 33; 49 221 47031 55; Fax: 49 221 47694 44;
E - mail: priemer@za.uni-koeln.de

□ 26 - 27 de Maio

IAOS Conference, Official Statistics, Challenges for the Future, The Hague, The Netherlands.

Informações: H. D. Dukker, Secretary of the Programme Committee; Fax: 31 70 337 5991;
E - mail: hdkr@cbs.nl

□ 06 - 09 de Junho

Annual Meeting of the Statistical Society of Canada, Regina, Saskatchewan, Canada.

Informações: Local Arrangements Chair, R. J. Tomkins, Department of Mathematics and Statistics, University of Regina, Regina, Saskatchewan, SAS OA2, Canada.
E - mail: jtomkins@max.cc.uregina.ca.

□ *08 - 14 de Junho

Third Scandinavian-Ukrainian Conference on Probability and Statistics, Kiev, Ucrânia.

Informações: Mikhlail Moklyachuk, Department of Probability Theory and Mathematical Statistics, Faculty of Mathematics and Mechanics, University of Kiev, Kiev 252033, Ukraine; Fax: 380-44-2662337;
E - mail: mmp@mechmat.univ.kiev.ua

□ *09 - 11 de Junho

International Conference on Probability and Statistics and their Applications, Nanoi, Vietnam.

Informações: Institute of Mathematics, National center for Natural Sciences and Technology, Nghia do, Cau giay, P. O. Box 631 Bo Ho, Hanoi 10000 Vietnam; Telf.: 84-48-361317; Fax: 84-48-343303;
E - mail: probastat@hn.vnn.vn

- 14 – 17 de Junho

The IX International Symposium on Applied Stochastic Models and Data Analysis (ASMDA' 99), Lisboa, Portugal.

Informações: *Professor Helena Bacelar Nicolau*, Universidade Lisboa;

E - mail: ulfphelb@cc.fc.ul.pt

or

Professor Fernando C. Nicolau, Universidade Lisboa;

E - mail: fan@laminaria.si.fct.unl.pt.

- 14 - 18 de Junho

26th Conference on Stochastic Processes and Their Applications, Beijing, China.

Informações: *Xiaoyu Hu*, Beijing;

E - mail: xyhu@amath4.amt.ac.cn

- 21 - 25 de Junho

VII seminar on Applied Statistics of IASI on the theme "Statistical methods in Finance and Economics", Quito, Equador.

Informações: *Dr. Holger Capa Santos*;

E - mail: hcapa@mail.epn.edu.ec

<http://www.sis.edu.ec/~ciencias/>

- 27 - 30 de Junho

The 19th International Symposium on Forecasting, Washington D.C., USA.

Informações: *Karen Hamrick*, Program Chairperson, USDA Economic Research Service, 1800 M Street, N.W. (MS 2061) Washington, D.C. 20036-5831, USA; Telf.: 1 202 6945426; Fax: 1 202 6945642;

E - mail: khamrick@econ.ag.gov

- *27 de Junho– 02 de Julho

The 4th Colloquium on Limit Theorems in Probability and Statistics, Balatonlelle, Hungria.

Informações: *Janos Bolyai Mathematical Society*, utca 68, 1027 Budapest, Hungary; Telf.: 36-1-2017656; Fax: 36-1-2016974;

E - mail: limit@math-inst.hu

URL: <http://www.math-inst.hu>

E - mail: fan@laminaria.si.fct.unl.pt.

- *05 – 07 de Julho

New Zealand Statistical Association 50th Anniversary Conference, Wellington, Nova Zelândia.

Informações: *NZSA 1999 Conference Secretary*, P. O. Box 1731, Wellington, New Zealand;

E - mail: nzsa99@mcs.vuw.ac.nz

- *08 – 24 de Julho

XXIXth Probability Summer School, Saint-Flour, França.

Informações: *P Bernard*, Université Blaise Pascal, Mathématiques Appliquées, 63177 Aubiere Cedex, France; Telf.: 33-4-73407052; Fax: 33-4-73407064;

E - mail: bernard@ucfma.univ-bpclermont.fr

- 12 - 16 de Julho

19th IFIP TC7 Conference on System Modeling and Optimization,
Cambridge, UK.

Informações: E - mail: tc7con@amtp.cam.ac.uk

- 19 - 23 de Julho

14th International Workshop on Statistical Modelling, Graz, Austria.

Informações: *Herwig Friedl*, Institute of Statistics, Technical University Graz,
Lessingtr. 27/1, 8010 Graz, Austria; Telf.: 43 316 8736477; Fax:
43 316 8736977;
E - mail: friedl@stat.tu-graz.ac.at

- *26 – 28 de Julho

10th INFORMS Applied Probability Conference, Ulm, Alemanha.

Informações: University of Ulm, Faculty of Mathematics and Economics,
89069 Ulm, Germany; Fax: +49-731-50-23649 or +49-731-50-
23499;
E – mail: AP99@mathematik.uni-ulm.de

- *26 – 30 de Julho

IV Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística, Mendoza,
Argentina.

Informações: *Ricardo Leiva*, Fac. De Ciencias Econ., Univ. Nacional de Cuyo,
Casilla de Correo 594, CP 5500 Mendoza, Argentina; Telf.: 54-
61-494009; Fax: 54-61-232779;
E - mail: cladse4@fcemail.uncu.edu.ar

- 03 - 04 de Agosto

ISI Satellite Conference on Statistical Publishing, Warsaw, Poland.

Informações: ISI Permanent Office, 428 Prinses Beatrixlaan, P.O.Box 950,
2270 AZ Voorburg, The Netherlands.

- 05 - 09 de Agosto

**IASS Sponsored Workshop on Recent Trends in the Methodology for
Social and Business Studies,** Jyväskylä, Finland.

Informações: *Mr. Kari Djerf*, Secretary of the Organizing Committee, FIN-
00022 STATISTICS FINLAND.

- 06 - 07 de Agosto

**The Eighth International Workshop on Matrices and Statistics, Satellite
Meeting to the Helsinki ISI Session,** Helsinquia, Finlândia.

Informações: The Workshop Secretary, Dept. of Mathematics, Statistics and
Philosophy, University of Tampere, P. O. Box 607, FIN-33101
Tampere, Finland; Fax: 358-3-2156157;
E - mail: workshop99@uta.fi
<http://www.uta.fi/~sjp/workshop99.html>

- 06 - 09 de Agosto

A Satellite Meeting to the ISI Conference in Helsinki, on "Statistical Methods for Image Processing", Uppsala, Suécia.

Informações: *Dietrich von Rosen*, Department of Mathematics, Uppsala University, Box 480, 75106 Uppsala, Sweden
 WWW:<http://www.math.uu.se/tomb/stat-im.html>

- 06 - 11 de Agosto

5th Annual Conference of the International Association of Mathematical Geologists. Focus primarily on quantitative analysis related to the petroleum industry. Trondheim, Noruega.

Informações: *Mr. Stephen Lippard*, Dept. of Geology and Mineral Resources Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), 7034 Trondheim, Norway; Telf.: 47 73 594828; Fax: 47 73 594814;
 E - mail: iamg99@geo.ntnu.no
 Website:<http://www.geo.ntnu.no/igb/iamg99/>

- 08 - 12 de Agosto

1999 Joint Statistical Meetings, Baltimore, Maryland, USA.

Informações: ASA, 1429 Duke St., Alexandria, VA 22314-3402, USA; Telf.: 703-6841221; FAX: 703-684 2037.
 E - mail: meetings@asa.mhs.compuserve.com

- 10 - 18 de Agosto

International Statistical Institute, 52nd Biennial Session, Helsinki, Finland.

Informações: ISI Permanent Office, 428 Prinses Beatrixlaan, P. O. Box 950, 2270 AZ Voorburg, The Netherlands.

- *19 - 20 de Agosto

CAED'99. International Conference on Comparative Analysis of Enterprise (micro) Data., Haia, Holanda.

Informações: *Dr. Bert M. Balk*, Department of Statistical Methods, Statistics Netherlands, P.O. Box 4000, 2270 JM Voorburg, the Netherlands; Telf.: 31-70-3374704; Fax: 31-70-3877429;
 E - mail: bblbk@cbs.nl

- 19 - 23 de Agosto

The 6th Tartu Conference on Multivariate Statistics, Satellite meeting to Helsinki ISI Session, Tartu, Estonia.

Informações: *E.-M. Tiit* or *T. Kollo*, Institute of Mathematical Statistics, University of Tartu, J. Liivi 2, EE2400, Tartu, Estonia; Telf.: 37 27 465488 / 37 27 465486; FAX: 37 27 433509.
 E - mail: etiit@ut.ee or kollo@ut.ee

- 20 - 21 de Agosto

IASS Satellite Conference on Small Area Estimation, Riga, Latvia.

Informações: *Professor Jan Kordos*, Central Statistical Office, Al. Niepodleglosci 208, 00-925 Warsaw, Poland; Fax: 48 22 8250395;
 E - mail: j.kordos@stat.gov.pl

- *21 de Agosto – 04 de Setembro

5 th Summer School of ERS IASC, 3rd Millenium Challenge for Industrial Statistics., Devoted to the growing impact of statistical methodology on industrial problems. Ilha de Spetses, Grécia

Informações: <http://www.karlin.mmf.cuni.cz/~antoch/SummerScholl99.html>
- 23 - 24 de Agosto

ISI Satellite Conference on Statistical Publishing, Varsóvia, Polónia.

Informações: ISI Permanent Office, 428 Prinses Beatrixlaan, P. O. Box 950, 2270 AZ Voorburg, The Netherlands;
E - mail: isi@cbs.nl
- 23 - 27 de Agosto

SESS-TIES'99 Conference. Satellite Meeting to the 52nd ISI Session, Atenas, Grécia.

Informações: *Mr. Harry Pavlopoulos*, Department of Statistics, Athens University of Economics and Business, 76 Patission Str. 10434 Athens, Greece;
E - mail: [mailto: hgp@aueb.gr](mailto:hgp@aueb.gr)
<http://www.stat-athens.aueb.gr/esess/>
- 24 - 26 de Agosto

Three day Conference on Analysis of Survey Data, scheduled as a satellite meeting after the ISI Session in Helsinki, Finland, Southampton, Reino Unido.

Informações: WWW: <http://www.socstats.soton.ac.uk/dept/conf99.html>
- *25 – 28 de Agosto

Summer School on Generalized Convexity/Monotonicity, Samos, Grécia.

Informações: *Mrs. Thea Vigli-Papadaki*, Department of Mathematics, University of Aegean, karlovassi 83200 samos, Greece: Telf.: 30-273-33914; Fax: 30-273-33896;
E - mail: gc6@math.aegean.gr
URL: <http://kerkis.math.aegean.gr/~gc6/GC6.htm>
- *30 de Agosto – 03 de Setembro

6th International Symposium on Generalized Convexity/Monotonicity, Samos, Grécia.

Informações: *Mrs. Thea Vigli-Papadaki*, Department of Mathematics, University of Aegean, karlovassi 83200 samos, Greece: Telf.: 30-273-33914; Fax: 30-273-33896;
E - mail: gc6@math.aegean.gr
URL: <http://kerkis.math.aegean.gr/~gc6/GC6.htm>
- *31 de Agosto – 01 de Setembro

Conference on the Measurement of Inflation, sponsored by Eurostat and co-hosted by Cardiff Business School and the UK Office for National Statistics, Cardiff, Reino Unido

Informações: *Prof. Mick Silver*, Cardiff Business School, Colum Drive, cardiff CF1 3EU, UK; Telf.: 44-1222-874276; Fax: 44-1222-874419;
E - mail: silver@cardiff.ac.uk

- 06 - 24 de Setembro

School on Modern Statistical Methods in Medical Research, Trieste, Itália.

Informações: International Centre for Theoretical Physics. P. O. Box 586, 34100 Trieste, Italy;

E - mail: smr1122@ictp.trieste.it

or

E - mail: sciinfo@ictp.trieste.it

WWW: <http://www.ictp.trieste.it>

- 13 - 16 de Setembro

44th Annual Conference of the German Society of Medical Informatics, Biometry and Epidemiology (GMDS), Heidelberg, Germany.

Informações: *Norbert Victor*, Department of Medical Biometry, Institute for Medical Biometry and Informatics, University of Heidelberg, Im Neuenheimer Feld 305, D-69120 Heidelberg, Germany

or

Lutz Edler, Biostatistics Unit, German Cancer Research Center, IM Neuenheimer Feld 280, D-69120 Heidelberg, Germany; Fax: 49 6221 564195

E - mail: GMDS-ISCB99@dkfz-heidelberg.de

or

WWW: <http://www.dkfz-heidelberg.de/biostatistics/GMDS-ISCB99>

- 13 - 17 de Setembro

Heidelberg Congress Week: Joint Conference of GMDS – ISCB 99, Heidelberg, Germany.

Informações: *Norbert Victor*, Department of Medical Biometry, Institute for Medical Biometry and Informatics, University of Heidelberg, Im Neuenheimer Feld 305, D-69120 Heidelberg, Germany

or

Lutz Edler, Biostatistics Unit, German Cancer Research Center, IM Neuenheimer Feld 280, D-69120 Heidelberg, Germany; Fax: 49 6221 564195

E - mail: GMDS-ISCB99@dkfz-heidelberg.de

or

WWW: <http://www.dkfz-heidelberg.de/biostatistics/GMDS-ISCB99>

- 14 - 17 de Setembro

20th Annual Conference of the International Society of Clinical Biostatistics (ISCB), Heidelberg, Germany.

Informações: *Norbert Victor*, Department of Medical Biometry, Institute for Medical Biometry and Informatics, University of Heidelberg, Im Neuenheimer Feld 305, D-69120 Heidelberg, Germany

or

Lutz Edler, Biostatistics Unit, German Cancer Research Center, IM Neuenheimer Feld 280, D-69120 Heidelberg, Germany; Fax: 49 6221 564195

E - mail: GMDS-ISCB99@dkfz-heidelberg.de

or

WWW: <http://www.dkfz-heidelberg.de/biostatistics/GMDS-ISCB99>

- 14 - 18 de Setembro
Second European Conference on Highly Structured Stochastic Systems,
 Pavia, Itália.
Informações: WWW: <http://www.unipv.it/hsss99/hsss.html>

- *22 – 24 de Setembro
Third International Conference on Survey and Statistical Computing,
 Edimburgo, Escócia.
Informações: *Diana Elder*, Administrator, ASC, P.O. Box 60, Besham, Bucks,
 HP5 3QH, UK; Telf./Fax: 44-1494-973033
 E - mail: asc@essex.ac.uk

- *30 de Setembro – 01 de Outubro
Biométrie et Epidémiologie 99. Topic: Diffusion of rarely-used statistical methods in Epidemiology., Vannes, França.
Informações: *Jean-François Petiot*, Institut Universitaire de Technologie, 8
 rue Montaigne, 56017 Vannes, France; Telf.: 33-6-10126396;
 Fax: 33-2-97463190;
 E - mail: epibiostat@iu-vannes.fr
 URL: <http://www.iut.iu-vannes.fr>

- *05 – 06 de Outubro
PLS'99 International Symposium on PLS Methods., HEC campus, Paris
 France.
Informações: *Concesa Oliver*, CISIA-CERESTA Symposium PLS'99, 1
 avenue Herbillon – 94160 Saint-Mande (France), Telf.: ++33 1
 43 74 95 20; Fax: ++33 1 43 74 17 29;
 E - mail: cisia@calva.net
 Web: www.cisia.com

- *22 – 23 de Outubro
Workshop on “Correlated data modeling: the estimating equations approach”., Trieste, Itália.
Informações: *Dario Gregori*, Department of Economics and Statistics,
 University of Trieste, P. le Europa 1, 34127 Trieste, Italy; Telf.:
 39-40-6767927; Fax: 39-40-567543;
 E - mail: gredar@univ.trieste.it
 URL: <http://dises17.univ.trieste.it/Wuts/wuts.htm>

- *28 – 31 de Outubro
International Conference on Nonresponse, Portland, Oregon, USA.
Informações: *Joint Program in Survey Methodology*,
 URL: <http://www.bsos.umd.edu/jpsm>
 Specific questions can posed to: icsn@survey.umd.edu;
 URL: <http://www.jpsm.umd.edu/icsn99>;
 Telf./Fax: 44-1494-973033;
 E - mail: asc@essex.ac.uk

VOLUME 1

1º QUADRIMESTRE DE 1999

**ACÇÕES DESENVOLVIDAS PELO INE NO ÂMBITO DA
COOPERAÇÃO BILATERAL E MULTILATERAL**

**ACTIONS ACHIEVED BY NSI IN THE SCOPE OF BILATERAL AND
MULTILATERAL COOPERATION**

(DE 1 DE JANEIRO A 30 DE ABRIL DE 1999):

a) Cooperação desenvolvida com os PALOP e Macau:

Teve lugar no INE, entre 10 e 12 de Março, a 1ª reunião do Grupo de Trabalho sobre “Estatísticas da Educação da Comunidade dos Países de Língua Portuguesa (CPLP)”, com a participação de responsáveis e técnicos oriundos dos institutos nacionais de estatística e dos Ministérios da Educação de cada um dos Sete países membros da Comunidade. Esta acção integra-se no quadro do desenvolvimento do Programa Estatístico da CPLP que ficou acordado em 1998. Como conclusões desta reunião, destaca-se a criação do Secretariado Provisório do Grupo de Trabalho que deverá propor os termos de referência para um projecto comum da CPLP na área das Estatísticas da Educação. O projecto de Regulamento Interno deste Grupo de Trabalho, aprovado pela reunião, deverá ser submetido ao Secretariado Executivo da CPLP, tendo em vista a sua ratificação pelas instâncias adequadas.

Ainda no âmbito do Programa Estatístico da CPLP, e tendo em vista promover e apoiar a presença dos PALOP nas principais organizações internacionais, o Presidente do INE de Cabo Verde assegurou a representação deste grupo de países à 31ª sessão da Comissão de Estatística das Nações Unidas, que teve lugar em Nova Iorque de 1 a 5 de Março.

No quadro do projecto comum sobre Classificações, Conceitos e Nomenclaturas, foram iniciados os trabalhos para a elaboração da Classificação Nacional de Bens e Serviços de Moçambique, através da realização de um estágio destinado a um técnico do INE daquele país.

Com financiamento português através do “Trust Fund” junto do PNUD, e no âmbito do projecto-piloto para Moçambique sobre a implementação do Sistema de Contas Nacionais das Nações Unidas, este Instituto realizou uma missão de consultoria ao INE moçambicano na área de “contas das sociedades financeiras, administração pública e resto do mundo”, que teve lugar no mês de Março.

No período em apreço, e no âmbito da cooperação bilateral com os PALOP, foram realizadas as seguintes acções:

ANGOLA

Foi realizada a visita de trabalho do novo Director Nacional do INE de Angola, Dr. Flávio Couto, cujo programa de trabalho incluiu o contacto com a nossa

organização, funcionamento e principais projectos em curso, nas áreas de cooperação bilateral e multilateral.

Teve lugar em 5 de Março a 7ª Reunião da Comissão Coordenadora da Gestão do Acordo de Cooperação Estatística Luso - Angolano, na qual se estabeleceu o programa de cooperação até 2000.

São de salientar, a continuidade dos projectos de Apoio Institucional, na área das Tecnologias de Informação e Informática, a Base Cartográfica Censitária e a previsão de novos projectos nas áreas do Planeamento da Actividade Estatística Global (INE e Organismos Oficiais) e Coordenação Estatística.

CABO VERDE

Na execução do programa de cooperação foram realizadas uma missão no âmbito das Estatísticas das Empresas e um estágio sobre Estatísticas do Turismo.

A Missão de Identificação do projecto Estatísticas das Empresas, realizada pela Eng.^a Júlia Cravo, incluiu a preparação do plano de amostragem para a 2ª fase do Recenseamento Empresarial em curso e a preparação das próximas acções.

O Estágio sobre Estatísticas do Turismo, realizado pela Dra. Olga Cruz, teve como objectivo a análise da organização dos projectos em Portugal com vista ao lançamento de um projecto em Cabo Verde.

GUINÉ-BISSAU

Em virtude da situação de guerra na Guiné – Bissau ficaram retidos em Lisboa os membros da delegação Guineense à Conferência “Cooperação Estatística no quadro da CPLP”.

MOÇAMBIQUE

Na execução do programa de cooperação foi realizado, pelo Dr. Jorge Utui, um estágio no domínio do projecto de desconcentração e regionalização da actividade estatística. Este Estágio teve como principal objectivo de dar a conhecer a experiência do INE de Portugal na regionalização de projectos estatísticos, nomeadamente quanto às necessidades de harmonização de processos e recursos e sensibilizar para o papel das Delegações Provinciais do INE de Moçambique, enquanto observatórios de informação Provincial.

SÃO TOMÉ E PRÍNCIPE

Em continuidade do projecto de Apoio Institucional e após ter sido aprovada a Lei de Bases do Sistema Estatístico Nacional e a criação do Instituto Nacional de Estatística de São Tomé e Príncipe, foi realizada uma missão de assistência técnica pelo Dr. Adrião Ferreira da Cunha.

Esta missão incluiu os seguintes objectivos:

- A elaboração de projectos de Regulamento Interno do CNE (Conselho Nacional de Estatística), Estatuto Orgânico do INE, Regulamento de Aplicação do Princípio de Segredo Estatístico; Modelo tipo de Despacho

Conjunto para a criação de Órgãos Delegados do INE, modelos de impresso para suportar o contencioso estatístico (recolhas directas, coercivas e processos de transgressão estatística) ;

- A elaboração das Directivas Gerais da Actividade Estatística Nacional e suas Prioridades e do Projecto/Plano da Actividade Estatística Nacional de Médio Prazo (1999-2004) ;
- A organização e animação de uma Palestra sobre o tema “O Novo Sistema estatístico Nacional de São Tomé e Príncipe : sua Caracterização e Funcionamento”.

Na execução do programa de cooperação foi realizada uma Missão de Identificação no âmbito do projecto de Contas Nacionais pelo Dr. Idílio Freire. Esta missão visou os seguintes objectivos :

- Propor soluções de organização e funcionamento para o sector ;
- Preparação de um plano de trabalho para o período 1999/2000 ;
- Analisar os questionários para os inquéritos previstos ;
- Propor um programa de formação para os quadros ;
- Face ao diagnóstico anterior, sugerir as próximas acções deste projecto.

Foi ainda realizada, pelo Dr. Fernando Carvalho, uma Missão de Identificação do projecto Tecnologias de Informação e Informática cujos objectivos foram :

- O diagnóstico da situação informática do INE ;
- A identificação das necessidades técnicas, materiais e humanas para o funcionamento do Departamento de informática ;
- Estudo da possibilidade de instalação de uma rede local de computadores ;
- Face ao diagnóstico anterior, sugerir os conteúdos das próximas acções deste projecto.

MACAU

Durante o período considerado foi realizada, pelo Dr. Saraiva Aguiar, uma missão de assistência técnica à DSEC – Direcção de Serviços de Estatística e Censos no domínio da Classificação de Bens e Serviços.

b) Cooperação desenvolvida com os PECO, no quadro do Programa PHARE:

No âmbito do Programa PHARE de Assistência Técnica aos Países da Europa Central e Oriental, realizaram-se, durante o período mencionado em epígrafe, cinco acções de cooperação.

Três dessas acções realizaram-se no âmbito de projectos-piloto destinados aos países PHARE.

No quadro do projecto-piloto Exaustividade das Contas Nacionais, a Dr^a Ana Leal (DCI), realizou duas missões de assistência técnica. Uma à Roménia (5 a 7 de Março) e outra à Hungria (24-26 de Março). Estas acções tiveram como objectivo analisar, em conjunto com as unidades das Contas Nacionais dos dois organismos de estatística, a participação destes países no projecto piloto sobre a exaustividade para os países candidatos à adesão.

No âmbito do projecto piloto *"Input-Output Tables"*, a Eng^a Adelina Andrade (DCI) participou numa Task Force (Bratislava, 22 e 23 de Março) destinada a técnicos dos organismos de estatística da Eslováquia e Hungria, tendo sido feita uma apresentação sobre o ponto de situação nesta matéria em cada país e elaborado um programa de trabalho detalhado.

No âmbito da Cooperação Bilateral, efectuaram-se duas missões de cooperação ao *National Commission for Statistics* da Roménia.

A primeira acção, que teve lugar entre 22 a 26 de Março, consistiu numa missão de avaliação da cooperação e definição das actividades futuras nesta área entre as duas instituições, e foi realizada pela Vogal da Direcção, Dr^a Lídia Barreiros e pelo técnico do GRIC, Dr. Paulo Mateus.

A segunda missão foi realizada pela Eng^a Florinda Veigas (DEAP), no âmbito do projecto Folhas de Balança Alimentar, e teve como objectivos a avaliação das actividades desenvolvidas e análise dos resultados, nomeadamente, dos dados relativos a 1997. Esta acção teve lugar no período de 19 a 23 de Abril.

FUNDAMENTO, OBJECTO E ÂMBITO

O INE, consciente de como uma cultura estatística é essencial para a compreensão da maioria dos fenómenos do mundo actual, e da sua responsabilidade na divulgação do conhecimento estatístico, fazendo-o chegar ao maior número possível de leitores, tendo reconhecido a necessidade de dar um passo nesse sentido, passa a editar trimestralmente a presente Revista de Estatística destinada a divulgar:

- a) Numa perspectiva científica, artigos originais sobre temas especializados da estatística, tanto pura como aplicada, bem como sobre estudos e análises nos domínios económico, social e demográfico;
- b) Informações sobre actividades e projectos importantes no âmbito do Sistema Estatístico Nacional;
- c) Informações sobre congressos, seminários, colóquios e conferências de interesse estatístico ou afim;
- d) Informações sobre acções desenvolvidas pelo INE no âmbito da cooperação bilateral e multilateral.

Para tal, são adoptadas as seguintes formas de contribuição para publicação na Revista:

- Quanto aos artigos referidos em a), contribuições da iniciativa dos próprios autores e por convite do Conselho Editorial, pertencentes ou não ao INE;
- Quanto às informações referidas em b), c) e d), contribuições dos departamentos do INE.

As contribuições por iniciativa dos próprios autores serão objecto de avaliação de mérito científico pelo Conselho Editorial, que decidirá ou não pela respectiva publicação.

Para a elaboração e envio das contribuições para publicação na Revista são adoptadas as Normas de Apresentação de Manuscritos que figuram na última página.

Os autores dos artigos publicados, a que se refere a alínea a), receberão uma contribuição financeira paga pelo INE, de montante a fixar por despacho da Direcção mediante proposta do Director da Revista.

OS PONTOS DE VISTA EXPRESSOS PELOS AUTORES DOS ARTIGOS PUBLICADOS NA REVISTA

NÃO REFLECTEM NECESSARIAMENTE A POSIÇÃO OFICIAL DO INE.

FOUNDATION, SUBJECT MATTER AND SCOPE

INE is conscious of how statistical awareness is essential to the understanding of the majority of phenomena in the present world and is aware of its responsibility to disseminate statistical knowledge, making it available to the widest possible range of readers. INE has recognised the need to take a step in that direction and will begin publication of this *Statistical Review* three times yearly, designed to provide the following:

- a) Within a scientific perspective, original articles on specialised areas of statistics, both pure and applied, as well as studies and analyses within the sphere of economics, social issues and demographics;
- b) Information on activities and projects within the scope of the National Statistical System;
- c) Information on congresses, seminars and conferences of a statistical or related nature;
- d) Information on activities developed by INE within the scope of bilateral or multilateral co-operation;

The following approaches for contributing material for publication in the review have been adopted:

- In relation to the articles referred to in section a), contributions are made by the authors themselves and by invitation of the Editorial Committee, whether they are employees of INE or not;
- In relation to the information referred to in section b), c) and d); contributions are from departments of INE.

The Editorial Committee who has sole discretion in deciding whether or not the material will be published will assess the scientific merit of contributions made on the initiative of the authors themselves.

The preparation and delivery of material for publication in the Review are subject to the Rules for Submitting Manuscripts presented on the last page.

The authors of the published articles referred to in section a) will receive pecuniary compensation from INE in an amount to be determined by resolution of the Board on the recommendation of the Director of the Review.

THE VIEWPOINTS EXPRESSED BY THE AUTHORS OF THE ARTICLES PUBLISHED IN THE REVIEW

DO NOT NECESSARILY REFLECT THE OFFICIAL POSITION OF I.N.E.

NORMAS DE APRESENTAÇÃO DE MANUSCRITOS

Nos termos da alínea b) do nº. 3 do Artigo 5º do Regulamento da *Revista de Estatística* do Instituto Nacional de Estatística, o Conselho Editorial aprovou as seguintes **Normas de Apresentação de Manuscritos**:

1. Os originais dos artigos serão enviados ao Director da Revista pelos respectivos autores, devendo ser escritos em português e não terem sido ainda totalmente publicados, ou estar em processo de edição em qualquer outra publicação.
2. Poderão também ser apresentados artigos escritos em inglês, cabendo ao Director da Revista a decisão sobre a sua aceitação.
3. Quanto à *avaliação do mérito científico* dos artigos:
 - a) Os artigos apresentados por iniciativa dos respectivos autores serão submetidos à avaliação do mérito científico pelo Conselho Editorial, com garantia do anonimato tanto do autor como dos avaliadores;
 - b) Os autores receberão a informação sobre o resultado da avaliação num prazo máximo de trinta e cinco dias, com indicação, nos casos de avaliação positiva, do número da *Revista* em que serão publicados, e nos casos de avaliação negativa com a devolução do artigo apresentado e respectiva *disquette*, com indicação do(s) software(s) adicional(ais) eventualmente utilizado(s) na produção do documento original.
4. Os artigos aceites para publicação na *Revista de Estatística* serão igualmente divulgados no *site* do INE na *Internet*.
5. Os originais, com uma extensão não superior a trinta páginas, serão processados em *Word for Windows*, integralmente a preto e branco, e entregues em suporte papel acompanhado da respectiva *disquette*.
6. Na apresentação dos originais, os autores respeitarão ainda as seguintes normas:
 - 6.1. Quanto à *estrutura*:
 - a) O texto deve ser dactilografado em formato A₄, com utilização do tipo de letra *Times New Roman* - 11, e com as seguintes margens: *top*: 2,5 cm, *bottom*: 2 cm, *left*: 2,5 cm, *right*: 5 cm;
 - b) A primeira página conterà exclusivamente o título do artigo, bem como o nome, morada e telefone do autor, com indicação das funções exercidas e da instituição a que pertence, devendo, no caso de vários autores, ser indicado a quem deverá ser dirigida a correspondência da Revista;
 - c) A segunda página conterà, em português e inglês, unicamente o título e um resumo do artigo, com um máximo de cem palavras, seguido de um parágrafo com indicação de palavras-chave até ao limite de quinze;
 - d) Na terceira página começará o texto do artigo, sendo as suas eventuais secções ou capítulos numeradas sequencialmente;
 - 6.2. Quanto a *referências bibliográficas*:
 - a) Os autores eventualmente citados no texto do artigo serão indicados entre parênteses curvos pelo seu nome seguido da data da respectiva publicação e, se for caso disso, do número de página (p. ex.: Malinvaud, 1989, 23);
 - b) As referências bibliográficas serão listadas, por ordem alfabética dos apelidos dos respectivos autores, imediatamente a seguir ao final do texto, de acordo com a fórmula seguinte:

ANDERSON, C.W., and TURKMAN, K.F, (1995) "Sums and maxima of stationary sequences with heavy tailed distributions", *Sankhya*, Vol. 57, Series A, pp.1-10.

6.3. Quanto à *revisão de provas e publicação*:

- a) Uma vez aceite o artigo e antes da sua publicação, receberá o autor dois exemplares de provas para revisão, um dos quais será devolvido ao Director da Revista no prazo máximo de uma semana contado da data da sua recepção;
- b) Serão da responsabilidade dos respectivos autores as consequências de eventuais modificações da versão inicial aceite, bem como de atrasos na revisão das provas, que impossibilitem a publicação no número da Revista previsto, reservando-se o Conselho Editorial o direito de decidir a data da sua publicação futura;
- c) Uma vez publicado o artigo, o autor receberá vinte exemplares da sua versão impressa e um exemplar do respectivo número da *Revista*.

7 Para informações adicionais contactar o Secretariado de Redacção:

Eduarda Liliana Martins

Instituto Nacional de Estatística

Av^a. António José de Almeida, n^o. 5 – 9^o.

1 000 Lisbon - Portugal

Tel.: +351 1 842 61 00 (3905) Fax.: +351 1 842 63 66 e-mail:

liliana.martins@ine.pt

RULES FOR SUBMITTING MANUSCRIPTS

Within the terms of sub-section a of no. 3 of Article 5 of the regulations of the *Statistical Review* of the National Statistical Institute (INE), the Editorial Committee has approved the following **Rules for Submitting Manuscripts**:

1. The original articles will be sent to the Review Director by the respective authors. They should be written in Portuguese, they should not have already been published in their entirety nor should they be in the process of being published in any other publication.
2. Articles may also be submitted in English to the Review Director who will decide whether to accept them.
3. In relation to the *evaluation of the scientific merit* of the articles:
 - a) The Editorial Committee will assess all articles submitted on the initiative of the respective authors on the basis of their scientific merit. The identity of both the author and the Committee members will be strictly confidential;
 - b) The authors will receive information regarding the results of the evaluation within a maximum period of thirty-five days. If the article is accepted, the Committee will indicate the issue number of the *Review* in which the article will be published. If the article is not accepted, it will be returned along with the respective diskette, with the information on the additional(s) software(s) eventually used in the production of the original document.
4. The articles accepted for publication in the *Statistical Review* will also be made public on the INE Internet site.
5. The original articles having no more than thirty pages must be processed in *Word for Windows*, completely at black and white, and they will be delivered in hard copy as well as on diskette.
6. With the presentation of the original articles, the authors must also respect the following rules:
 - 6.1 In relation to the *structure*:
 - a) The text shall be printed on A4 format paper utilising the font *Times New Roman* size 11 and with the following margins: top: 2.5 cm, bottom: 2 cm, left: 2,5 cm, right: 5 cm;
 - b) The first page shall contain only the title of the article as well as the name, address and telephone number of the author, indicating the position held and the institution that he/she belongs to. In the case of various authors, it is necessary to indicate the person to whom all correspondence received by the *Review* should be forwarded;
 - c) The second page shall contain only the title and a abstract of the article in Portuguese and English with the maximum of one hundred words followed by a paragraph indicating key words up to the limit of fifteen;
 - d) The third page will begin the text of the article with its respective sections or chapters sequentially numbered;
 - 6.2 Regarding *bibliographical references*:
 - a) Authors who are cited in the text of the article shall be indicated in parentheses with their name followed by the date of the respective publication and, if necessary, the page number (ex.: Malinvaud, 1989, 23);

- b) All bibliographical references will be listed in alphabetical order by the surnames of the respective authors, immediately following the end of the text, as in the following example:

ANDERSON, C.W., and TURKMAN, K.F., (1995) "Sums and maxim of stationary sequences with heavy tailed distributions", *Sankhya*, Vol. 57, Series A, pp. 1-10.

6.3 Regarding *proof-reading and publication*:

- a) Once the article is accepted and prior to its publication, the author will receive two copies for review. One of these copies will be returned to the Director of the Review within a maximum period of one week from the date of its reception;
- b) The consequences of subsequent changes to the accepted first version are the responsibility of the respective authors as well as any delays in proof-reading that make its publication in the planned issue of the Review impossible. The Editorial Committee reserves the right to decide upon the date for future publication;
- c) Once the article is published, the author will receive twenty copies of his/her printed version and a copy of the respective issue of the *Review*.

7. For further information kindly contact the Editorial Secretary:

Eduarda Liliana Martins
Instituto Nacional de Estatística
Av^o. António José de Almeida, n^o. 5 – 9^o.
1 000 Lisbon - Portugal
Tel.: +351 1 842 61 00 (3905) Fax.: +351 1 842 63 66
e-mail: liliana.martins@ine.pt

Nome _____ Data de nascimento: _____
Profissão/Função _____ Instituição/Empresa _____
Telef.: _____ Fax: _____

DESEJO RECEBER OS EXEMPLARES DA REVISTA DE ESTATÍSTICA:

Em casa, ☐ Na Instituição empresa ☐

Morada para envio: _____

Localidade: _____ Código Postal: _____

Autorizo débito no cartão Visa ☐ ou Mastercard ☐
n.º: _____

Valor da transacção: 6.900\$00 Validade do cartão _____

Junto cheque n.º _____ à ordem do INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA sobre o Banco _____

Data: _____ Assinatura: _____

OS DADOS RECEBIDOS SERÃO PROCESSADOS AUTOMATICAMENTE E DESTINAM-SE AOS ENVIOS RELACIONADOS COM A SUA ASSINATURA, RESPECTIVAS OPERAÇÕES ADMINISTRATIVAS E ESTATÍSTICAS, E A EVENTUAL APRESENTAÇÃO DE OUTROS PRODUTOS E SERVIÇOS DO INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA.

Nome _____ Data de nascimento: _____
Profissão/Função _____ Instituição/Empresa _____
Telef.: _____ Fax: _____

DESEJO RECEBER OS EXEMPLARES DA REVISTA DE ESTATÍSTICA:

Em casa, ☐ Na Instituição empresa ☐

Morada para envio: _____

Localidade: _____ Código Postal: _____

Autorizo débito no cartão Visa ☐ ou Mastercard ☐
n.º: _____

Valor da transacção: 6.300\$00 Validade do cartão _____

Junto cheque n.º _____ à ordem do INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA sobre o Banco _____

Data: _____ Assinatura: _____

OS DADOS RECEBIDOS SERÃO PROCESSADOS AUTOMATICAMENTE E DESTINAM-SE AOS ENVIOS RELACIONADOS COM A SUA ASSINATURA, RESPECTIVAS OPERAÇÕES ADMINISTRATIVAS E ESTATÍSTICAS, E A EVENTUAL APRESENTAÇÃO DE OUTROS PRODUTOS E SERVIÇOS DO INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA.



AUTORIZADO PELOS CTT
NO SERVIÇO NACIONAL

RSF
NÃO PRECISA DE SELO

INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA
SECÇÃO VENDA DE INFORMAÇÃO

Av. António José de Almeida
1000-043 LISBOA



AUTORIZADO PELOS CTT
NO SERVIÇO NACIONAL

RSF
NÃO PRECISA DE SELO

INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA
SECÇÃO VENDA DE INFORMAÇÃO

Av. António José de Almeida
1000-043 LISBOA

