P O R T U G A L
INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA

«Estudos»
N.º 8

Tábua de mortalidade da população portuguesa (1939-1942)

POR

JOAQUIM JOSÉ PAIS MORAIS
LICENCIADO EM CIÊNCIAS MATEMÁTICAS PELA FACULDADE DE CIÊNCIAS DE LISBOA

LISBOA ○ IMPRENSA NACIONAL ○ 1945

Tábua de mortalidade da população portuguesa

NOTA INTRODUTÓRIA

Ao apresentar o primeiro número desta série de publicações fez-se referência às condições muito especiais criadas aos funcionários do Instituto desejosos de empreender trabalhos ultrapassando o âmbito da simples estatística aplicada. Esta, pelo imperativo das funções exercidas, absorvia-lhes —e absorve ainda— todo o tempo disponível. Para mais, e como agravante, é característica própria da fase actual de desenvolvimento da nossa estatística aplicada a necessidade de alterar a ordem natural das cousas, antecipando as realizações à obtenção dos novos meios de trabalho que estas prèviamente exigiriam.

No caso presente a divulgação de trabalhos não incluídos no programa obrigatório e de feição diferente concorreu, decerto, para evidenciar que o Instituto evolucionara já o bastante para tornar útil e até necessária a existência de pessoal especializado e liberto das preocupações constantes dos apuramentos periódicos e das publicações a curto prazo.

Assim nasceu o «Serviço de Estudos», criado por decreto de 24 de Novembro de 1943 e constituído de início —e hoje ainda— por um número reduzido de «técnicos estatísticos», já previstos quando da fundação do Instituto, em 1935, mas que nessa ocasião não tinham campo propício ao exercício da sua actividade.

Nem tudo quanto êsse pessoal realiza está destinado à publicidade. A utilidade da sua acção não pode por isso medir-se pelo que dela vier a tornar-se público. Mas isso não impede que um ou outro trabalho se divulgue, quando o seu interêsse, de ordem geral, assim o aconselhe.

A «Tábua de mortalidade» que hoje se apresenta é um dêles.

Preferiu-se evitar dispersão das publicações, e por êsse motivo os trabalhos como êste, da autoria dos técnicos do Serviço de Estudos, serão incluídos nesta mesma série, que de resto, e como até agora, ficará franqueada a todos os funcionários do Instituto.

Julho de 1945.

Construção de uma tábua de mortalidade

I. Funções biométricas

Tem-se em vista a construção de uma tabela que, para cada idade x, nos indique a probabilidade para que uma cabeça de idade x morra antes de atingir a idade $x+1$, probabilidade que designaremos por q_x, e para seu valor tomaremos a fracção cujo denominador é o número de indivíduos l_x de idade x (em épocas iguais ou diferentes) e cujo numerador é o número d_x de mortes ocorridas entre tais indivíduos antes de atingirem o seu $(x+1)^o$ aniversário, isto é,

$$q_x = \frac{d_x}{l_x}$$

tal cociente não é a probabilidade, mas sim a freqüência, e a legitimidade de o tomar para probabilidade baseia-se na lei dos grandes números; por isso êste procedimento só é admissível quando se dispõe de um número suficientemente grande de cabeças para observação.

Esta grandeza, a que também se chama com mais precisão taxa de mortalidade, merece alguma referência no que respeita à sua designação de probabilidade.

De facto, trata-se de uma freqüência que, do acontecimento morte, se observa entre uma certa população sujeita a observação durante um ano, e então ocorre preguntar se tal população é todo o universo ou se se trata apenas de uma amostra dêsse universo.

Na primeira hipótese, isto é, no caso de dispormos do total da população para estudo, a grandeza, tal como foi deduzida, representa a freqüência do acontecimento e o nome de probabilidade só pode ser aplicado a um universo infinito de composição análoga à da população em estudo; por outras palavras, só poderá receber o nome de probabilidade a freqüência que resulta de um número infinito de provas. Assim, a população em estudo pode supor-se uma amostra de tal universo e a freqüência determinada será uma estimativa da freqüência do acontecimento no universo infinito (probabilidade).

Admitindo que de diversas populações extraídas dêsse universo se calculariam valores variáveis para a freqüência que constituïriam uma série estatística de valor central igual à probabilidade, se tomarmos para êste valor central a freqüência observada f e admitirmos a normalidade da distribuïção, o desvio padrão será

$$\sigma = \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$$

e trabalhando no nivel de 99 por cento da probabilidade, ou seja 3σ, teremos pràticamente a certeza de que o valor de p estará compreendido entre $f \pm 3\sigma$, isto é,

$$f + 3\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} > p > f - 3\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$$

Isto é, embora se trate do total da população, o valor deduzido é uma freqüência, mas êle poderá ser tratado como uma probabilidade e, portanto, aplicável a outras populações análogas, seja qual fôr o número dos seus componentes, com um êrro da dimensão acima indicada.

Se tivermos em atenção que a população observada «existiu» e que se não repete ou amplia dentro dos moldes que usamos para imaginar o universo de que ela é uma amostra ou que outras populações a que queiramos aplicar os resultados obtidos se não podem legìtimamente considerar como outras amostras casuais dêsse mesmo universo, vemos que o nome de probabilidade que se lhe dá, mesmo atendendo aos limites do êrro, é legítimo apenas a um universo imaginário e não aplicável como de uso a outras populações de existência real.

Então, na hipótese de se tratar da população total, o valor achado só pode ser tomado como a probabilidade do acontecimento nessa população (tomada como amostra de um universo hipotético) e a utilidade do seu conhecimento será nula, excepto para comparação de populações; mas sempre populações que já existiram, visto os cálculos só poderem ser feitos depois da observação dessa população e tais cálculos e recolhas estatísticas serem bastante morosos.

O interêsse principal da sua determinação reside na esperança de que, conhecido o seu valor para épocas (populações) diversas que mantêm como característica constante o local de existência (país), se possa determinar a lei da sua evolução, e assim fazer previsões que ainda, para serem aplicáveis, exigem muito cuidado e estudo paralelo da marcha de outros fenómenos ìntimamente relacionados com a mortalidade.

No que ficou dito admitiu-se que a grandeza f merecia no limite o nome de probabilidade, tomada esta como freqüência do acontecimento num universo infinito. Para que de facto tal grandeza receba o nome de probabilidade, mais se deverá exigir que todos os indivíduos que constituem o universo infinito e a população estudada estejam nas mesmas condições (saúde, higiene, alimentação, modo de vida, etc.), o que de facto se não verifica, nem sequer aproximadamente.

Tal coeficiente será, assim, um aferidor do comportamento provável perante a morte de uma população vivendo num determinado local em determinadas condições (nunca uma probabilidade) e a sua comparação com outras, deduzidas de maneira análoga para outros locais, permitirá inferir da influência que na mortalidade têm os factores que diferem de um para o outro dêsses locais.

A resposta à segunda hipótese fica englobada na exposição feita; de facto a população estudada não é a amostra de um universo real maior: é a situação de um fenómeno que evolue e de que o valor de f colhido da amostra é a medição nesse instante.

Uma vez deduzidos da observação, como adiante veremos, os coeficientes de mortalidade, a que chamaremos probabilidades, de acôrdo com o que ficou dito, serão os seus valores rectificados por meio de um processo de ajustamento adiante tratado, formando-se assim uma tabela de valores de q_x desde a idade o até ao limite das tábuas.

Fixo em seguida o valor inicial l_o de nascimentos, dêle se deduzirá o valor de d_o por meio da relação

$$q_o = \frac{d_o}{l_o}$$

e, porque

$$d_o = l_o - l_1$$

ficaremos conhecendo l_1 e em seguida

$$d_1 = l_1 \, q_1 \text{ , etc.}$$

até ao limite das tábuas.

Das tábuas farão também parte as seguintes funções biométricas:

a) Número de vivos de idade x	l_x
b) Número de mortos de idade x	d_x
c) Probabilidades anuais de morte não ajustadas . .	q'_x
d) Probabilidades anuais de morte ajustadas . . .	q_x
e) Probabilidades anuais de vida	p_x
f) Vida média	e^o_x
g) Taxa instantânea de mortalidade	μ_x
h) Vitalidade média	ν_x

As primeiras cinco alíneas não nos merecem especial referência; das restantes diremos:

f) *Vida média:* número médio de anos a viver por um grupo de l_x cabeças de x anos.

Será, designando tal valor por e^o_x

$$e^o_x = \frac{\sum_1^\infty l_{x+t}}{l_x} + \frac{1}{2}$$

que se deduz, supondo que dos l_x indivíduos presentes com a idade x, $l_x - l_{x+1}$, isto é, os que morrem antes de atingir a idade $(x+1)$, vivem apenas $\frac{1}{2}$ ano, os que atingem a idade $(x+1)$ e morrem antes de terem $(x+2)$ anos vivem

$\frac{3}{2}$ do ano, os seguintes $\frac{5}{2}$, etc., de forma que o número total de anos vivido pelo grupo será

$$\frac{1}{2}(l_x - l_{x+1}) + \frac{3}{2}(l_{x+1} - l_{x+2}) + \frac{5}{2}(l_{x+2} - l_{x+3}) + \ldots\ldots =$$

$$= \frac{1}{2}(l_x + 2\ l_{x+1} + 2\ l_{x+2} + \ldots\ldots) = \frac{1}{2} l_x + \sum_1^\infty l_{x+t}$$

e o número médio de anos vividos pelo grupo será

$$e_x^o = \frac{1}{2} + \frac{\sum_1^\infty l_{x+t}}{l_x}$$

g) Taxa instantânea de mortalidade ou *fôrça de mortalidade* é a probabilidade que um indivíduo de idade x tem de morrer durante o ano seguinte à data em que completa x anos, supondo que durante o ano a probabilidade de morrer conserva o valor que tinha nesse instante.

A probabilidade de morte no intervalo $\frac{1}{m}$ do ano será

$$\frac{l_x - l_{x+\frac{1}{m}}}{l_x}$$

Se êste valor fôr multiplicado por m, teremos a probabilidade de morte durante o ano, supondo que nesse período ela conserva o valor que tinha no intervalo $\frac{1}{m}$ do ano; tomando em seguida o limite de tal probabilidade para $m = \infty$, teremos

$$\mu_x = \lim_{m=\infty} \frac{l_x - l_{x+\frac{1}{m}}}{\frac{1}{m}} \frac{1}{l_x} = -\frac{1}{l_x}\frac{d\,l_x}{d\,x} = -\frac{d\,l_e\,l_x}{d\,x}$$

que assim mede a probabilidade de morte durante o ano, tomando como valor constante durante êsse período o que tinha no instante de atingir a idade x.

Para determinação dos valores da taxa instantânea de mortalidade ânua usamos as seguintes expressões:

$$\mu_x = \frac{8(l_{x-1} - l_{x+1}) - (l_{x-2} - l_{x+2})}{12\,l_x} \qquad x > 2$$

$$\mu_x = \frac{1}{6\,l_x}(2\,l_{x-1} + 3\,l_x + l_{x+2} - 6\,l_{x+1}) \qquad \begin{matrix} x = 1 \\ x = 2 \end{matrix}$$

$$\mu_o = 365\,\frac{3\,l_o - 4\,l_{\frac{1}{365}} + l_{\frac{2}{365}}}{2\,l_o} \qquad x = o$$

deduzidas da seguinte maneira:

$$l_{x+h} = l_x + h\frac{d\,l_x}{d\,x} + \frac{h^2}{2!}\frac{d^2\,l_x}{d\,x^2} + \frac{h^3}{3!}\frac{d^3\,l_x}{d\,x^3} + \ldots\ldots$$

se supusermos que l_x é uma função do 4.º grau

$$l_x = a + b\,x + c\,x^2 + d\,x^3 + e\,x^4$$

podemos desprezar as derivadas de ordem superior à 4.ª e então, para $h=1$, $h=-1$, $h=2$ e $h=-2$, teremos

$$l_{x+1} - l_x = \frac{d\,l_x}{d\,x} + \frac{1}{2}\frac{d^2\,l_x}{d\,x^2} + \frac{1}{3!}\frac{d^3\,l_x}{d\,x^3} + \frac{1}{4!}\frac{d^4\,l_x}{d\,x^4}$$

$$l_{x-1} - l_x = -\frac{d\,l_x}{d\,x} + \frac{1}{2}\frac{d^2\,l_x}{d\,x^2} - \frac{1}{3!}\frac{d^3\,l_x}{d\,x^3} + \frac{1}{4!}\frac{d^4\,l_x}{d\,x^4}$$

$$l_{x+2} - l_x = 2\frac{d\,l_x}{d\,x} + \frac{4}{2!}\frac{d^2\,l_x}{d\,x^2} + \frac{8}{3!}\frac{d^3\,l_x}{d\,x^3} + \frac{16}{4!}\frac{d^4\,l_x}{d\,x^4}$$

$$l_{x-2} - l_x = -2\frac{d\,l_x}{d\,x} + \frac{4}{2!}\frac{d^2\,l_x}{d\,x^2} - \frac{8}{3!}\frac{d^3\,l_x}{d\,x^3} + \frac{16}{4!}\frac{d^4\,l_x}{d\,x^4}$$

de onde se deduz, por subtracção das duas primeiras e das duas últimas,

$$(l_{x+1} - l_x) - (l_{x-1} - l_x) = 2\frac{d\,l_x}{d\,x} + \frac{2}{3!}\frac{d^3\,l_x}{d\,x^3}$$

$$(l_{x+2} - l_x) - (l_{x-2} - l_x) = 4\frac{d\,l_x}{d\,x} + \frac{16}{3!}\frac{d^3\,l_x}{d\,x^3}$$

e, finalmente, por eliminação de $\frac{d^3\,l_x}{d\,x_3}$,

$$\frac{d\,l_x}{d\,x} = \frac{8\,(l_{x+1} - l_{x-1}) - (l_{x+2} - l_{x-2})}{12}$$

e, portanto,

$$\mu_x = -\frac{1}{l_x}\frac{d\,l_x}{d\,x} = \frac{8\,(l_{x-1} - l_{x+1}) - (l_{x-2} - l_{x+2})}{12\,l_x}$$

Ora a suposição de que l_x é uma função de 4.ª ordem só é lícita para $x > 2$ e por isso esta expressão só para tais valores de x pode ser utilizada.

Para $x=2$ e $x=1$ suporemos l_x uma função de 3.ª ordem, o que equivale a supor desprezíveis as derivadas de ordem superior à 3.ª, e então teremos para $h=1$, $h=-1$ e $h=2$

$$l_{x+1} - l_x = \frac{d\,l_x}{d\,x} + \frac{1}{2}\frac{d^2\,l_x}{d\,x^2} + \frac{1}{3!}\frac{d^3\,l_x}{d\,x^3}$$

$$l_{x-1} - l_x = -\frac{d\,l_x}{d\,x} + \frac{1}{2}\frac{d^2\,l_x}{d\,x^2} - \frac{1}{3!}\frac{d^3\,l_x}{d\,x^3}$$

$$l_{x+2} - l_x = 2\frac{d\,l_x}{d\,x} + \frac{4}{2!}\frac{d^2\,l_x}{d\,x^2} + \frac{8}{3!}\frac{d^3\,l_x}{d\,x^3}$$

de onde, por eliminação de $\frac{d^2 l_x}{d x^2}$ entre a 2.ª e a 3.ª e entre a 1.ª e a 2.ª,

$$l_{x+2} - l_x - 4\, l_{x-1} + 4\, l_x = 6 \frac{d\, l_x}{d\, x} + \frac{12}{6} \frac{d^3 l_x}{d\, x^3}$$

$$l_{x+1} - l_{x-1} = 2 \frac{d\, l_x}{d\, x} + \frac{2}{6} \frac{d^3 l_x}{d\, x^3}$$

do que resulta, por eliminação de $\frac{d^3 l_x}{d\, x^3}$,

$$\frac{d\, l_x}{d\, x} = -\frac{1}{6}(2\, l_{x-1} + 3\, l_x + l_{x+2} - 6\, l_{x+1})$$

e, portanto,

$$\mu_x = -\frac{1}{l_x}\frac{d\, l_x}{d\, x} = \frac{2\, l_{x-1} + 3\, l_x + l_{x+2} - 6\, l_{x+1}}{6\, l_x}$$

Finalmente, para $x = o$ suporemos l_x uma função de 2.° grau e será então $\frac{d^3 l_x}{d\, x^3} = o$; teremos por isso para $h = \frac{1}{365}$ e $h = \frac{2}{365}$

$$l_{\frac{1}{365}} = l_o + \frac{1}{365} \left| \frac{d\, l_x}{d\, x} \right|_{x=o} + \frac{1}{365^2} \left| \frac{d^2 l_x}{d\, x^2} \right|_{x=o}$$

$$l_{\frac{2}{365}} = l_o + \frac{2}{365} \left| \frac{d\, l_x}{d\, x} \right|_{x=o} + \frac{4}{365^2} \left| \frac{d^2 l_x}{d\, x^2} \right|_{x=o}$$

de onde, por eliminação de $\frac{d^2 l_x}{d\, x^2}$,

$$\frac{d\, l_x}{d\, x} = 365 \frac{-3\, l_o + 4\, l_{\frac{1}{365}} - l_{\frac{2}{365}}}{2}$$

e, portanto,

$$\mu_x = 365 \frac{3\, l_o - 4\, l_{\frac{1}{365}} + l_{\frac{2}{365}}}{2\, l_o}$$

Definida como foi a função μ_x, o seu valor, para as idades centrais, não deve diferir muito do valor de q_x.

Por falta de conhecimento de $l_{\frac{1}{365}}$ e $l_{\frac{2}{365}}$ não foi possível calcular μ_o.

h) Consideremos a função designada por *vitalidade média*, que será definida como a inversa da taxa instantânea de mortalidade.

$$\nu_x = \frac{1}{\mu_x} = -l_x \frac{d\, x}{d\, l_x}$$

Ora de

$$\mu_x = -\frac{1}{l_x}\frac{d\, l_x}{d\, x}$$

deduz-se

$$d\, l_x = -\mu_x\, l_x\, d\, x$$

de onde, supondo μ_x e l_x constantes,

$$\int_x^\omega d\,l_x = -\mu_x\, l_x \int_x^\omega d\,x$$

$$l_\omega - l_x = -\mu_x\, l_x (\omega - x)$$

e, por ser

$$l_\omega = o$$

$$\frac{1}{\mu_x} = \omega - x$$

isto é, na hipótese de μ_x conservar durante o resto da vida o valor que tinha para a idade x, será ω, limite da vida humana, dado pela igualdade

$$\omega = \frac{1}{\mu_x} + x$$

portanto, $\frac{1}{\mu_x}$ representa o número de anos que uma cabeça de idade x poderá ainda viver, se μ_x se conservar com o valor que tem no instante em que atinge a idade x.

II. Formação dos grupos de vivos de idade x em 1 de Janeiro de 1941, deduzidos do censo

O censo que nos serve de base refere-se às o horas de 12 de Dezembro de 1940 e, com os elementos que êle nos fornece, agruparemos os indivíduos vivos nessa data por idades e sexos 1940 L'_x e vamos à custa dêstes números formar os grupos de vivos por idades, dentro de cada sexo, em 1 de Janeiro de 1941.

O grupo L'_x sofre, desde 12 de Dezembro de 1940 a 1 de Janeiro de 1941, alterações na sua constituïção que resultam de: mortes, saídas e entradas.

a) *Mortes* d'_x: Dos registos obituários deduzo o número de mortes ocorridas de 12 de Dezembro até 31 de Dezembro em cabeças de idade x que, portanto, estariam vivas à data do censo mas que não faziam necessàriamente parte do número L'_x, pois que poderão algumas dessas mortes ter ocorrido em indivíduos que completaram x anos depois de 12 de Dezembro. Ora, de todos os indivíduos que em 1940 completam x anos apenas uma parte os completará de 12 a 31 $\left(\frac{1}{18}\text{ do ano}\right)$ e que, admitindo uma eqüipartição dos nascimentos, será de $\frac{1}{18}$ do total. Supondo também que as mortes se repartem igualmente durante o ano, admitiremos que, de todas as mortes registadas de 12 a 31 entre cabeças de idade x, $\frac{1}{18}$ dar-se-ão em cabeças que não figuravam em L'_x.

Teremos então: o grupo L'_x deminue de 12 a 31 de Dezembro, em virtude de mortes, de uma quantidade que é $\frac{17}{18}$ do número total de mortes registadas em igual período entre cabeças de idade x.

b) *Saídas* s_x: O grupo L'_x será de 12 a 31 de Dezembro deminuído do número de indivíduos que perfazem $(x+1)$ anos nesse período.

c) *Entradas* i_x: Anàlogamente, os indivíduos de idade $(x-1)$ à data de 12 de Dezembro e que perfazem x anos no intervalo de 12 a 31 virão aumentar o grupo. Estes indivíduos são exactamente aqueles entre os quais se dão as $\frac{1}{18}d'_x$ mortes; portanto êles farão aumentar L'_x de i_x e deminuí-lo-ão de $\frac{d'_x}{18}$.

Resumindo: o grupo L'_x terá em 1 de Janeiro de 1941 o valor

$$L_x = L'_x - \frac{17}{18}d'_x - s_x + i_x - \frac{d'_x}{18}$$

$$= L'_x - d'_x - s_x + i_x$$

e, porque podemos supor que, para as idades centrais, é

$$s_x = i_x$$

teremos finalmente

$$L_x = L'_x - d'_x$$

que nos dará para cada idade o número de vivos em 1 de Janeiro de 1941, calculado a partir dos dados do censo e dos registos obituários.

Nos registos obituários de que dispomos figuram as mortes por idades, sexos e meses; por isso para o cálculo anterior suporemos que nos dias 12 a 31, $\frac{2}{3}$ do mês, se deram $\frac{2}{3}$ das mortes atribuídas ao mês.

III. Cálculo dos coeficientes de mortalidade para as idades médias (5 a 82 anos)

Definido q_x no capítulo das funções biométricas, interessa-nos agora, para obtenção do seu valor, avaliar o número de mortes d_x que ocorrem em indivíduos de idade x antes de atingirem a idade $(x+1)$ e conhecer o número de indivíduos de idade x entre os quais tais mortes ocorrem.

O censo fornece-nos o número de vivos de idade x, no último aniversário, em 12 de Dezembro, às 0 horas; dêle passamos para o número de vivos, nas mesmas condições, em 1 de Janeiro de 1941, às 0 horas, e tal número será representado por L_x.

É cómodo no estudo destas questões usar a representação geométrica de Lexis, que passo a descrever:

Tomam-se dois eixos coordenados rectangulares, sôbre cada um dos quais marcaremos, com igual unidade, no transversal os anos civis, no longitudinal os anos de idade, ou, melhor, no transversal tempo, no longitudinal a sua função idade. O nascimento de um indivíduo dá-se num dado ponto do eixo OX (instante) e a marcha da sua vida será feita sôbre uma paralela a OY, passando por êsse ponto, e o segmento de tal semi-recta, que traduz a sua idade, medirá o tempo decorrido desde o seu nascimento até ao instante em que a mesma é medida. Tais linhas verticais chamam-se linhas de vida e estarão escalonadas ao longo de todo o eixo dos XX.

A morte de um indivíduo é traduzida pela suspensão da linha de vida, cujo comprimento medirá a duração da sua vida; a um indivíduo cujo ingresso na comunidade não seja feito por nascimento corresponderá uma linha de vida cuja origem não existe em OX, mas sim num ponto cujas coordenadas serão o instante da sua entrada e a idade com que o faz. Claro está que qualquer linha de vida pode corresponder a mais de um indivíduo, pois bastará que tenham nascido no mesmo instante.

Fixemos um dado instante (ponto de OX); os indivíduos que então nasçam terão a idade 0, os nascidos há um ano, a idade 1, os nascidos há dois anos, a idade 2, etc., os nascidos há n anos, a idade n, e os pontos que traduzem as suas respectivas posições nas linhas de vida encontrar-se-ão todos numa recta que com OX forma um ângulo de 135°; o número de tais pontos (pesados) traduz o estado da população nesse instante.

Assim, a população que em 1 de Janeiro de 1941, às 0 horas (censo), figura com a idade x (L_x) será aquela cujas linhas de vida têm o seu extremo no segmento BD, os que nesse ano atingirem a idade x (l_x) é medida pelo número de linhas de vida que cortam o segmento AB, etc.

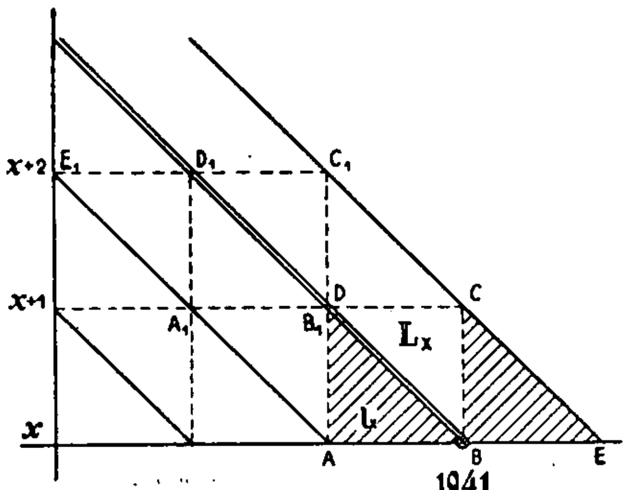

FIG. 1

Vejamos agora como de L_x se deduz l_x. Designaremos com o significado indicado por L_x ($B\ D$) o número de vivos de idade x (último aniversário) fornecido pelo censo, e então o número de cabeças que estavam vivas à data do seu x^o aniversário será

$$L_x(B\,D) + d_x(A\,B\,D)$$

designando por d_x ($A\ B\ D$) o número de mortes ocorridas em indivíduos de idade x entre a data do seu x^o aniversário e a data do censo, e que, admitindo uma eqüipartição das mortes, será

$$d_x(A\,B\,D) = \frac{1}{2}\,d_x(A\,B\,C\,D)$$

e, porque para as idades centrais podemos supor

$$d_x(A\,D\,A_1) = d_x(B\,C\,D)$$

será

$$d_x(A\,B\,C\,D) = d_x(A\,B\,D\,A_1)$$

e então

$$d_x(A\,B\,D) = \frac{1}{2}\,d_x(A\,B\,D\,A_1)$$

Resumindo: podemos tomar como valor de l_x dos vivos de idade x à data do seu x^o aniversário

$$l_x = L_x + \frac{1}{2}\,d_x$$

sendo L_x o número de vivos de idade x presente ao censo e d_x o de mortos de idade x durante o ano anteriór (1940).

As mortes ocorridas entre tais indivíduos poderão, pelas mesmas razões, supor-se em número de d_x e assim teremos, como valor de q_x,

$$q_x = \frac{d_x}{L_x + \frac{1}{2}\,d_x}$$

Como se trata de um período de quatro anos dispostos simètricamente em relação ao censo, poderemos supor que a população total é de $4L_x$, pois, fazendo-se a variação de L_x no mesmo sentido durante tal período, não cometeremos êrro apreciável e as mortes observadas serão as que em igual período se dão em cabeças de idade x; será finalmente a probabilidade de morte no ano imediatamente seguinte à data do x^o aniversário dada por

$$q_x = \frac{\sum d_x}{4\,L_x + \frac{1}{2}\sum d_x}$$

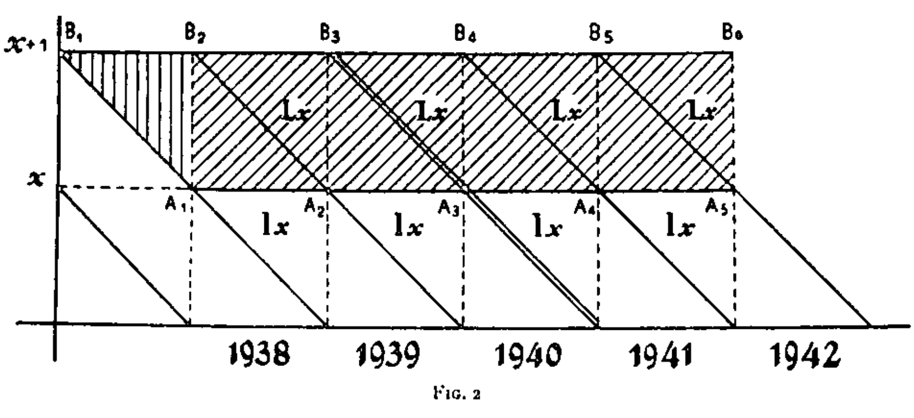

FIG. 2

$$q_x = \frac{d_x\,(A_1\,A_5\,B_6\,B_2)}{l_x\,(A_1\,A_5)} = \frac{d_x\,(A_1\,A_5\,B_5\,B_1)}{4\,L_x + \frac{1}{2}\,d_x\,(A_1\,A_5\,B_5\,B_1)}$$

IV. Cálculo dos coeficientes de mortalidade para as idades de 0 a 4 anos

Para as cabeças muito novas é preferível usar os registos demográficos para a determinação dos coeficientes de mortalidade, embora tal prática só possa de facto merecer-nos plena confiança se os registos obituários indicarem o ano do nascimento. A razão por que se dá preferência a êste procedimento reside no facto de as informações referentes a tais idades serem imprecisas, mas, se atendermos a que tal imprecisão se verificará também na declaração de idade que figura nos registos obituários, o processo fica um tanto desvirtuado.

Procederemos da seguinte maneira: em 1939 nascem ${}_{39}l_0$ indivíduos e nesse mesmo ano registam-se ${}_{39}d_0$ mortes de cabeças de menos de um ano; destas, resultarão algumas dos indivíduos nascidos nesse ano, outras de indivíduos nascidos em 1938; designemos tais números por ${}_{39/}d'_0$ e ${}_{/38}d'_0$; será

$${}_{39}d'_0 = {}_{39/}d'_0 + {}_{/38}d'_0$$

anàlogamente para 1940, onde teremos ${}_{40}l_0$ indivíduos nascidos e ${}_{40}d'_0$ mortes registadas, sendo

$${}_{40}d'_0 = {}_{40/}d'_0 + {}_{/39}d'_0$$

e de modo semelhante para 1941 e 1942

$${}_{41}d'_0 = {}_{41/}d'_0 + {}_{/40}d'_0$$

$${}_{42}d'_0 = {}_{42/}d'_0 + {}_{/41}d'_0$$

isto é, para

$$l_0 = {}_{39}l_0 + {}_{40}l_0 + {}_{41}l_0 + {}_{42}l_0$$

teremos

$$d'_0 = {}_{39/}d'_0 + {}_{/38}d'_0 + {}_{40/}d'_0 + {}_{/39}d'_0 + {}_{41/}d'_0 + {}_{/40}d'_0 + {}_{42/}d'_0 + {}_{/41}d'_0 =$$

$$= ({}_{39/}d'_0 + {}_{/39}d'_0) + ({}_{40/}d'_0 + {}_{/40}d'_0) + ({}_{41/}d'_0 + {}_{/41}d'_0) + {}_{/38}d'_0 + {}_{42/}d'_0$$

ou

$$d'_0 = {}_{39}D'_0 + {}_{40}D'_0 + {}_{41}D'_0 + {}_{/38}d'_0 + {}_{42/}d'_0 =$$

$$= {}_{39}d'_0 + {}_{40}d'_0 + {}_{41}d'_0 + {}_{42}d'_0$$

onde por D'_0 representamos as mortes ocorridas antes de atingir um ano entre indivíduos de determinada geração.

Ora o que queremos conhecer é

$$d_0 \quad {}_{39}D'_0 + {}_{40}D'_0 + {}_{41}D'_0 + {}_{42}D'_0$$

e, considerando que de 1938 a 1942 a natalidade e a mortalidade infantis não sofrem alteração sensível, tomaremos para valor de d_0 a soma dos registos de mortes ocorridas durante os anos de 1939 a 1942 em cabeças de menos de 1 ano.

Será assim

$$q_0 = \frac{\sum_{39}^{42} d_0}{\sum_{39}^{42} l_0}$$

Anàlogamente, os indivíduos que no período de 1939 a 1942 atingem 1 ano provêm dos que nasceram em 1938, 1939, 1940 e 1941, respectivamente, e o seu número diferirá dêste do número de mortes ocorridas entre 1938 e 1941 em indivíduos de idade inferior a um ano; teremos assim

$$l_1 = \sum_{38}^{41} l_0 - \sum_{38}^{41} d_0$$

e dêstes morrem, antes de atingir o 2.º aniversário, no período de 1939 a 1942

$$\sum_{39}^{42} d_1$$

e, do mesmo modo,

$$l_2 = \sum_{37}^{40} l_0 - \sum_{37}^{40} d_0 - \sum_{38}^{41} d_1 \qquad\qquad \sum_{39}^{42} d_2$$

$$l_3 = \sum_{36}^{39} l_0 - \sum_{36}^{39} d_0 - \sum_{37}^{40} d_1 - \sum_{38}^{41} d_2 \qquad\qquad \sum_{39}^{42} d_3$$

$$l_4 = \sum_{35}^{38} l_0 - \sum_{35}^{38} d_0 - \sum_{36}^{39} d_1 - \sum_{37}^{40} d_2 - \sum_{38}^{41} d_3 \qquad\qquad \sum_{39}^{42} d_4$$

$$l_5 = \sum_{34}^{37} l_0 - \sum_{34}^{37} d_0 - \sum_{35}^{38} d_1 - \sum_{36}^{39} d_2 - \sum_{37}^{40} d_3 - \sum_{38}^{41} d_4 \qquad \sum_{39}^{42} d_5$$

isto é,

$$q_0 = \frac{\sum_{39}^{42} d_0}{\sum_{39}^{42} l_0}$$

$$q_1 = \frac{\sum_{39}^{42} d_1}{\sum_{38}^{41} l_0 - \sum_{38}^{41} d_0}$$

$$q_2 = \frac{\sum_{39}^{42} d_2}{\sum_{37}^{40} l_0 - \sum_{37}^{40} d_0 - \sum_{38}^{41} d_1}$$

$$q_3 = \frac{\sum_{39}^{42} d_3}{\sum_{36}^{39} l_0 - \sum_{36}^{39} d_0 - \sum_{37}^{40} d_1 - \sum_{38}^{41} d_2}$$

$$q_4 = \frac{\sum_{39}^{42} d_4}{\sum_{35}^{38} l_0 - \sum_{35}^{38} d_0 - \sum_{36}^{39} d_1 - \sum_{37}^{40} d_2 - \sum_{38}^{41} d_3}$$

$$q_5 = \frac{\sum_{39}^{42} d_5}{\sum_{34}^{37} l_0 - \sum_{34}^{37} d_0 - \sum_{35}^{38} d_1 - \sum_{36}^{39} d_2 - \sum_{37}^{40} d_3 - \sum_{38}^{41} d_4}$$

V. Ajuste dos coeficientes

Para o ajuste dos coeficientes usamos o seguinte método:

Formamos grupos de idades de 5 anos e ajustamos para o ano central o número de mortos e o de vivos, deduzindo dêstes números ajustados o coeficiente relativo à idade central do grupo. Conhecidos estes números ajustados, deduziremos em seguida os restantes por interpolação.

No que respeita ao ajuste do número de mortos e de vivos relativos à idade central têm lugar as seguintes considerações:

Suporemos que tanto as mortes como a população se podem exprimir como uma função algébrica de 3.° grau, isto é, tal que

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) + \frac{h^3}{3!}f'''(x)$$

que somada de $h = -2$ a $h = +2$ dará

$$\sum_{h=-2}^{h=+2} f(x+h) = 5f(x) + 5f''(x)$$

e somada de $h = -7$ a $h = +7$ dá

$$\sum_{h=-7}^{h=+7} f(x+h) = 15f(x) + 140f''(x)$$

ou, chamando ω_x à soma $\sum_{h=-2}^{h=+2} f(x+h)$, ou seja à soma dos valores de f para os sucessivos anos de cada grupo de cinco de que x é a idade central, será

$$\omega_x = 5f(x) + 5f''(x)$$

$$\omega_{x-5} + \omega_x + \omega_{x+5} = 15f(x) + 140f''(x)$$

de onde

$$125f(x) = 27\omega_x - \omega_{x-5} - \omega_{x+5}$$

ou

$$\begin{aligned} 125f(x) &= 25\omega_x - (\omega_{x-5} - \omega_x) + (\omega_x - \omega_{x-5}) = \\ &= 25\omega_x - (\Delta_x - \Delta_{x-5}) = \\ &= 25\omega_x - \Delta_x^2 \end{aligned}$$

e, como a expressão é a mesma para o número de mortes e para a população, teremos

$$125\, d_x = 25\,\omega_x(d) - \Delta_x^2(d)$$

$$125\, l_x = 25\,\omega_x(l) - \Delta_x^2(l)$$

e então será

$$q_x = \frac{25\,\omega_x(d) - \Delta_x^2(d)}{25\,\omega_x(l) - \Delta_x^2(l)}$$

que será o coeficiente ajustado para a idade central do grupo.

Obtidos assim os coeficientes ajustados para a idade central de cada grupo de cinco anos, determinaremos em seguida os coeficientes relativos às outras idades por interpolação.

Interpolação. — Foi ela feita por subdivisão de intervalo, para o que trabalhamos às quartas diferenças nos intervalos 12 a 17, 17 a 22 e 22 a 27, usando para tal as fórmulas:

$$\delta = 0.2\,\Delta - 0.08\,\Delta^2 + 0.048\,\Delta^3 - 0.0336\,\Delta^4$$

$$\delta^2 = 0.04\,\Delta^2 - 0.032\,\Delta^3 + 0.0256\,\Delta^4$$

$$\delta^3 = 0.008\,\Delta^3 - 0.0096\,\Delta^4$$

$$\delta^4 = 0.0016\,\Delta^4$$

com as quais se calculam as diferenças δ referentes a intervalos de um ano em função das diferenças Δ referentes a intervalos de cinco anos.

Para as idades de 27 a 82 a subdivisão foi feita por interpolação às segundas diferenças, sendo para isso usadas as fórmulas:

$$\delta = 0.2\,\Delta - 0.08\,\Delta^2$$

$$\delta^2 = 0.04\,\Delta^2$$

O coeficiente obtido para a idade de 7 anos por ajustamento do modo indicado foi rejeitado por se verificar que o valor assim obtido era nìtidamente diferente do observado, o que encontra a sua justificação no facto de ser o número de mortos do grupo de idade central 2 muito elevado e se não verificar igual desproporção no número de vivos dêsse grupo, números estes que influem no cálculo do coeficiente relativo à idade 7; então, desprezado êste valor e calculados por observação directa os coeficientes relativos às idades 0, 1, 2, 3, 4 e 5, fizemos para o cálculo dos coeficientes referentes às idades de 2 a 12 uma interpolação por subdivisão de tal intervalo em dez intervalos parciais anuais, para o que foram usadas as fórmulas:

$$\delta = 0.1\,\Delta - 0.045\,\Delta^2 + 0.0285\,\Delta^3 - 0.0206625\,\Delta^4 + 0.01611675\,\Delta^5$$

$$\delta^2 = 0.01\,\Delta^2 - 0.009\,\Delta^3 - 0.007725\,\Delta^4 - 0.0066975\,\Delta^5$$

$$\delta^3 = 0.001\,\Delta^3 - 0.00135\,\Delta^4 + 0.0014625\,\Delta^5$$

$$\delta^4 = 0.0001\,\Delta^4 - 0.00018\,\Delta^5$$

$$\delta^5 = 0.00001\,\Delta^5$$

que nos dão, em função das diferenças calculadas para intervalos de dez anos, as diferenças relativas a intervalos de um ano, à custa das quais calculamos os coeficientes anuais relativos ao intervalo de dois a doze anos.

Nota. — Os valores assim obtidos para as idades de 3, 4 e 5 anos não coincidiram com os valores achados por observação directa e por isso os corrigimos da maneira seguinte:

A interpolação foi feita sôbre os logaritmos dos coeficientes e a diferença entre o logaritmo interpolado e o calculado, referentes à idade 5, era de 0.0118095 e entre os referentes à idade 12 era 0.0000120; assim, a cada logaritmo interpolado subtraímos uma quantidade que para 5 anos foi 0.0118095 e para cada um dos seguintes um têrmo de uma progressão aritmética do primeiro têrmo 0.0000120 e último (oitavo) 0.0118095 (sexo masculino).

Dentro desta orientação se obtiveram os coeficientes anuais por subdivisão do intervalo de cinco anos à custa dos valores dos coeficientes e à custa dos seus logaritmos para as idades de 12 a 82 e sòmente os logaritmos de 2 a 12. Fez-se ainda a interpolação gráfica por inscrição em papel milimétrico de pontos representativos dos coeficientes referentes a cada idade de ano a ano e, à custa da linha quebrada assim obtida, traçou-se uma curva que se admitiu representar a função coeficiente de mortalidade.

Os coeficientes de mortalidade para as idades superiores a 82 anos foram calculados por extrapolação gráfica de logaritmo de q_x.

ANEXOS

Elementos para o cálculo das taxas de mortalidade ajustadas para as idades centrais dos grupos de 5 anos

A. — Número de vivos **Masculinos**

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) = (5) — (4)
x	$\omega_x (l)$	Δ_x	Δ_x^2	$25\ \omega_x (l)$	$125\ l_x$
2	1.739.065	— 29.373	..	43.476.625	..
7	1.709.692	— 44.669	— 15.296	42.742.300	42.757.596
12	1.665.023	— 170.301	— 125.632	41.625.575	41.751.207
17	1.494.722	— 231.830	— 61.529	37.368.050	37.983.579
22	1.262.892	— 70.272	+ 161.558	31.572.300	31.410.742
27	1.192.620	— 121.645	— 51.373	29.815.500	29.866.873
32	1.070.975	— 147.270	— 25.625	26.774.375	26.800.000
37	923.705	— 143.571	+ 3.699	23.092.625	23.088.926
42	780.134	— 93.330	+ 50.241	19.503.350	19.453.109
47	686.804	66.613	+ 26.717	17 170.100	17.143.383
52	620.191	— 113.374	— 46.759	15.504.775	15.551.534
57	506.817	— 44.425	+ 68.949	12 670.425	12.601.476
62	462.392	— 127.122	— 82.697	11.559.800	11.642.497
67	335.270	— 99.051	+ 28.071	8.381.750	8.353.679
72	236.219	— 93.342	+ 5.709	5.905.475	5.899.766
77	142.877	— 70.160	+ 23.182	3.571.925	3.548.743
82	72.717	— 46.417	+ 23.743	1.817.925	1.794.182
87	26.300	— 17.188	+ 29.229	657 500	628.271
92	9.192	— 5.018	+ 12.170	229.800	217.630
97	4.094	..	..	102.350	..

B. — Número de mortos **Masculinos**

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) = (5) — (4)	(7)
x	$\omega_x (d)$	Δ_x	Δ_x^2	$25\ \omega_x (d)$	$125\ d_x$	q_x
2	96.385	— 90 204	..	240.962	..	
7	6.181	— 2.456	+ 87.748	154.525	66.777	0,00156
12	3.725	+ 1.604	+ 4.060	93.125	89.065	0,00213
17	5.329	+ 933	— 71	133.225	133.296	0,00351
22	6.262	+ 64	— 869	156.550	157.419	0,00501
27	6.326	+ 340	+ 276	158.150	157.874	0,00529
32	6.666	+ 211	— 129	166.650	166.779	0,00622
37	6.877	+ 331	+ 120	171.925	171.805	0,00744
42	7.208	+ 750	+ 419	180.200	179.781	0,00924
47	7.958	+ 1.301	+ 551	198.950	198.399	0,01157
52	9.259	+ 1.587	+ 286	231.475	231.189	0,01487
57	10.846	+ 3.593	+ 2.006	271.150	269.144	0,02136
62	14.439	+ 1.868	— 1.725	360.975	362.700	0,03115
67	16.307	+ 2.176	+ 308	407.675	407.367	0,04876
72	18.483	— 1.195	— 3.371	462.075	465.446	0,07889
77	17.288	— 4.722	— 3.527	432.200	435.727	0,12278
82	12.566	— 6.202	— 1.480	314.150	315.630	0,17592
87	6.364	— 4.350	+ 1.852	159.100	157.248	0,25029
92	2.014	— 1.397	+ 2.953	50.350	47.397	0,21777
97	617	..	..	15.425	..	

A. — Número de vivos **Femininos**

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) = (5) — (4)
x	$\omega_x(l)$	Δ_x	Δ_x^2	$25\,\omega_x(l)$	$125\,l_x$
2	1.649.903	— 11.774	..	41.247.575	..
7	1.638.129	— 56.508	— 44.734	40.953.225	41.997.959
12	1.581.621	— 77.816	— 21.308	39.540.525	39.561.833
17	1.503.805	— 238.026	— 160.210	37.595.125	37.755.335
22	1.265.779	— 17.494	+ 220.532	31.644.475	31.423.943
27	1.248.285	— 87.416	— 69.922	31.207.125	31.277.047
32	1.160.869	— 85.406	+ 2.010	29.021.725	29.019.715
37	1.075.463	— 161.466	— 76.060	26.886.575	26.962.635
42	913.997	— 94.153	+ 67.313	22.849.925	22.782.612
47	819.844	— 47.920	+ 46.233	20.496.100	20.449.767
52	771.924	— 128.659	— 80.739	19.298.100	19.378.839
57	643.265	— 44.868	+ 83.791	16.081.625	15.997.834
62	598.397	— 142.863	— 97.995	14.959.925	15.057.920
67	455.534	— 115.204	+ 27.659	11.388.350	11.360.691
72	340.330	— 118.763	— 3.559	8.508.250	8.511.809
77	221.567	— 91.181	+ 27.582	5.539.175	5.511.593
82	130.386	— 77.464	+ 13.717	3.259.650	3.245.933
87	52.922	— 30.590	+ 46.874	1.375.972	1.329.098
92	22.332	— 11.570	+ 19.020	558.300	539.280
97	10.762	..	..	269.050	..

B. — Número de mortos **Femininos**

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) = (5) — (4)	(7)
x	$\omega_x(d)$	Δ_x	Δ_x^2	$25\,\omega_x(d)$	$125\,d_x$	q_x
2	75.346	— 69.930	..	1.883.650	..	..
7	5.416	— 1.831	+ 68.099	135.400	67.301	0,00160
12	3.585	+ 1.551	+ 3.382	89.625	86.243	0,00218
17	5.136	+ 406	— 1.145	128.400	129.545	0,00343
22	5.542	+ 262	— 144	138.550	138.694	0,00441
27	5.804	— 285	— 547	145.100	145.647	0,00466
32	5.519	+ 156	+ 441	137.975	137.534	0,00474
37	5.675	— 210	— 366	141.875	142.241	0,00528
42	5.465	+ 236	+ 446	136.625	136.179	0,00598
47	5.701	+ 1.375	+ 939	142.525	141.586	0,00692
52	7.076	+ 1.499	+ 124	176.900	176.776	0,00912
57	8.575	+ 3.785	+ 2.286	214.375	212.089	0,01326
62	12.360	+ 2.807	— 978	309.000	310.878	0,02065
67	15.167	+ 4.450	+ 1.643	379.175	377.532	0,03323
72	19.617	+ 1.675	— 2.775	490.425	493.200	0,05794
77	21.292	— 1.825	— 3.500	532.300	535.800	0,09721
82	19.467	— 7.711	— 5.886	486.675	492.561	0,15175
87	11.756	— 6.668	+ 1.043	293.900	292.857	0,22034
92	5.088	— 3.192	+ 3.476	127.200	123.724	0,22942
97	1.896	..	..	47.400	..	..

Tábua de mortalidade da população portuguesa

1939-1942

Sexo masculino

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
x	q'_x (Observados)	q_x (Ajustados)	$p_x = 1 - q_x$	l_x	$d_x = q_x\, l_x$	$\overset{\circ}{e}_x$	μ_x	$\nu_x = \frac{1}{\mu_x}$
0	0,15380	0,13694	0,86306	100.000	13.694	48,58	..	..
1	0,05544	0,05325	0,94675	86.306	4.597	56,21	0,09379	10,66
2	0,02086	0,02217	0,97783	81.709	1.811	57,28	0,03525	28,37
3	0,01111	0,01213	0,98787	79.898	969	57,58	0,01488	67,20
4	0,00724	0,00752	0,99248	78.929	594	57,28	0,00920	108,69
5	0,00486	0,00529	0,99471	78.335	414	56,71	0,00617	162,07
6	0,00412	0,00369	0,99631	77.921	288	56,00	0,00438	228,31
7	0,00335	0,00286	0,99714	77.633	222	55,21	0,00319	313,48
8	0,00290	0,00239	0,99761	77.411	185	54,37	0,00258	387,60
9	0,00269	0,00215	0,99785	77.226	166	53,50	0,00224	446,43
10	0,00229	0,00206	0,99794	77.060	159	52,61	0,00209	478,47
11	0,00253	0,00206	0,99794	76.901	158	51,72	0,00205	487,80
12	0,00197	0,00213	0,99787	76.743	163	50,83	0,00207	483,09
13	0,00220	0,00232	0,99768	76.580	178	49,93	0,00221	452,49
14	0,00228	0,00256	0,99744	76.402	196	49,05	0,00244	409,84
15	0,00261	0,00284	0,99716	76.206	216	48,17	0,00270	370,37
16	0,00315	0,00317	0,99683	75.990	241	47,31	0,00300	333,33
17	0,00352	0,00351	0,99649	75.749	266	46,46	0,00333	300,00
18	0,00399	0,00400	0,99600	75.483	302	45,62	0,00376	265,96
19	0,00489	0,00440	0,99560	75.181	331	44,80	0,00423	236,41
20	0,00457	0,00469	0,99531	74.850	351	44,00	0,00457	218,82
21	0,00481	0,00489	0,99511	74.499	364	43,20	0,00481	207,90
22	0,00540	0,00501	0,99499	74.135	371	42,41	0,00498	200,80
23	0,00491	0,00498	0,99502	73.764	367	41,62	0,00501	199,60
24	0,00514	0,00500	0,99500	73.397	367	40,83	0,00499	200,40
25	0,00471	0,00507	0,99493	73.030	370	40,03	0,00504	198,41
26	0,00514	0,00516	0,99484	72.660	375	39,23	0,00512	195,31
27	0,00546	0,00529	0,99471	72.285	382	38,43	0,00523	191,20
28	0,00523	0,00546	0,99454	71.903	393	37,63	0,00539	185,52
29	0,00611	0,00563	0,99437	71.510	403	36,84	0,00557	179,53
30	0,00506	0,00582	0,99418	71.107	414	36,04	0,00574	174,22
31	0,00691	0,00601	0,99399	70.693	425	35,25	0,00593	168,63
32	0,00642	0,00622	0,99378	70.268	437	34,36	0,00613	163,13
33	0,00656	0,00643	0,99357	69.831	449	33,67	0,00634	157,73
34	0,00658	0,00665	0,99335	69.382	461	32,88	0,00656	152,44
35	0,00693	0,00689	0,99311	68.921	475	32,11	0,00679	147,28
36	0,00700	0,00716	0,99284	68.446	490	31,32	0,00705	141,84
37	0,00733	0,00744	0,99256	67.956	506	30,55	0,00733	136,43
38	0,00791	0,00776	0,99224	67.450	523	29,77	0,00762	131,23
39	0,00817	0,00810	0,99190	66.927	542	29,00	0,00795	125,78
40	0,00707	0,00846	0,99154	66.385	562	28,23	0,00831	120,34
41	0,00996	0,00884	0,99116	65.823	582	27,65	0,00869	115,07
42	0,01011	0,00924	0,99076	65.241	603	26,71	0,00908	110,13
43	0,00947	0,00964	0,99036	64.638	623	25,96	0,00949	105,37
44	0,01062	0,01001	0,98999	64.015	641	25,20	0,00986	101,42
45	0,01063	0,01054	0,98946	63.374	668	24,45	0,01032	96,90
46	0,01088	0,01104	0,98896	62.706	692	23,71	0,01085	92,17
47	0,01127	0,01157	0,98843	62.014	718	22,97	0,01137	87,95
48	0,01180	0,01206	0,98794	61.296	739	22,23	0,01189	84,10
49	0.01374	0,01262	0,98738	60.557	764	21,50	0,01240	80,65

Sexo masculino

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
x	q'_x (Observados)	q_x (Ajustados)	$p_x = 1 - q_x$	l_x	$d_x = q_x\, l_x$	$\mathring{e}_x$	μ_x	$\nu_x = \frac{1}{\mu_x}$
50	0,01207	0,01327	0,98673	59.793	793	20,76	0,01301	76,86
51	0,01514	0,01402	0,98598	59.000	827	20,04	0,01372	72,88
52	0,01456	0,01487	0,98513	58.173	865	19,31	0,01452	68,87
53	0,01608	0,01597	0,98403	57.308	915	18,60	0,01551	64,47
54	0,01820	0,01712	0,98288	56.393	965	17,89	0,01666	60,02
55	0,01888	0,01845	0,98155	55.428	1.023	17,19	0,01792	55,80
56	0,01964	0,01984	0,98016	54.405	1.079	16,51	0,01932	51,76
57	0,02191	0,02136	0,97864	53.326	1.139	15,83	0,02080	48,08
58	0,02151	0,02290	0,97710	52.187	1.195	15,16	0,02236	44,72
59	0,02669	0,02463	0,97537	50.992	1.256	14,51	0,02402	41,63
60	0,02273	0,02656	0,97344	49.736	1.321	13,86	0,02589	38,62
61	0,03284	0,02872	0,97128	48.415	1.390	13,22	0,02798	35,74
62	0,03414	0,03115	0,96885	47.025	1.465	12,61	0,03033	32,97
63	0,03328	0,03398	0,96602	45.560	1.548	12,00	0,03305	30,26
64	0,03955	0,03712	0,96288	44.012	1.634	11,40	0,03614	27,67
65	0,04036	0,04060	0,95940	42.378	1.721	10,82	0,03958	25,27
66	0,04280	0,04446	0,95554	40.657	1.808	10,26	0,04340	23,04
67	0,05060	0,04876	0,95124	38.849	1.894	9,71	0,04763	21,00
68	0,05491	0,05385	0,94615	36.955	1.990	9,18	0,05255	19,03
69	0,06279	0,05938	0,94062	34.965	2.076	8,68	0,05820	17,18
70	0,05645	0,06538	0,93462	32.889	2.150	8,19	0,06431	15,55
71	0,08654	0,07188	0,92812	30.739	2.210	7,73	0,07101	14,08
72	0,08431	0,07889	0,92111	28.529	2.251	7,29	0,07827	12,78
73	0,09154	0,08676	0,91324	26.278	2.280	6,87	0,08639	11,58
74	0,09778	0,09509	0,90491	23.998	2.282	6,48	0,09524	10,50
75	0,10472	0,10389	0,89611	21.716	2.256	6,11	0,10470	9,55
76	0,11034	0,11313	0,88687	19.460	2.202	5,76	0,11483	8,71
77	0,12202	0,12278	0,87722	17.258	2.119	5,43	0,12549	7,97
78	0,13603	0,13225	0,86775	15.139	2.002	5,12	0,13638	7,33
79	0,15347	0,14228	0,85772	13.137	1.869	4,82	0,14752	6,78
80	0,12067	0,15290	0,84710	11.268	1.723	4,54	0,15957	6,27
81	0,20439	0,16411	0,83589	9.545	1.566	4,27	0,17243	5,80
82	0,20503	0,17592	0,82408	7.979	1.404	4,00	0,18618	5,37
83	0,22492	0,18880	0,81120	6.575	1.241	3,75	0,20114	4,97
84	0,23147	0,20230	0,79770	5.334	1.079	3,51	0,21733	4,60
85	0,22113	0,21728	0,78272	4.255	925	3,27	0,23529	4,25
86	0,24291	0,23228	0,76772	3.330	773	3,04	0,25443	3,93
87	0,26427	0,25029	0,74971	2.557	640	2,81	0,27516	3,63
88	0,23120	0,27290	0,72710	1.917	523	2,58	0,30212	3,31
89	0,29829	0,29997	0,70003	1.394	418	2,37	0,33644	2,97
90	0,18649	0,32659	0,67341	976	319	2,16	0,37099	2,70
91	0,26842	0,35728	0,64272	657	235	1,97	0,41794	2,39
92	0,26624	0,39175	0,60825	422	165	1,79	0,46821	2,14
93	0,26299	0,42855	0,57145	257	110	1,62	0,52562	1,90
94	0,20529	0,46822	0,53178	147	69	1,47	0,59410	1,68
95	0,19234	0,51285	0,48715	78	40	1,32	0,67521	1,48
96	0,15517	0,56234	0,43766	38	21	1,18	0,76316	1,31
97	0,15832	0,61376	0,38624	17	10	1,03	0,84314	1,19
98	0,14876	0,67798	0,32202	7	5	0,79	0,97619	1,02
99	0,07169	0,77788	0,22212	2	2	0,50	..	..
100	0,22758	0,80724	0,19276	0	..	..	..	..
101	..	0,88512	0,11488	..	..	..	..	..
102	..	0,96605	0,03395	..	..	..	..	..

Sexo feminino

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
x	q'_x (Observados)	q_x (Ajustados)	$p_x = 1 - q_x$	l_x	$d_x = q_x\, l_x$	$\overset{\circ}{e}_x$	μ_x	$\nu_x = \frac{1}{\mu_x}$
0	0,14207	0,12405	0,87595	100.000	12.405	52,82	..	..
1	0,05327	0,05136	0,94864	87.595	4.499	59,23	0,09229	10,84
2	0,02050	0,02167	0,97833	83.096	1.801	61,41	0,03444	29,04
3	0,01104	0,01153	0,98847	81.295	937	61,76	0,01445	69,20
4	0,00682	0,00716	0,99284	80.358	575	61,47	0,00871	114,81
5	0,00228	0,00486	0,99514	79.783	388	60,91	0,00577	173,31
6	0,00378	0,00358	0,99642	79.395	284	60,21	0,00410	243,90
7	0,00305	0,00286	0,99714	79.111	226	59,42	0,00315	317,46
8	0,00250	0,00246	0,99754	78.885	194	58,59	0,00262	381,68
9	0,00253	0,00224	0,99776	78.691	176	57,73	0,00233	429,18
10	0,00219	0,00214	0,99786	78.515	168	56,86	0,00217	460,83
11	0,00221	0,00213	0,99787	78.347	167	55,98	0,00213	469,48
12	0,00215	0,00218	0,99782	78.180	170	55,10	0,00213	469,48
13	0,00230	0,00243	0,99757	78.010	190	54,22	0,00229	436,68
14	0,00247	0,00268	0.99732	77.820	209	53,35	0,00257	389,11
15	0,00291	0,00293	0.99707	77.611	227	52,49	0,00281	355,87
16	0,00300	0,00318	0,99682	77.384	246	51,65	0,00304	328,95
17	0,00337	0,00343	0,99657	77.138	265	50,81	0,00332	301,20
18	0,00354	0,00366	0.99634	76.873	281	49,98	0,00355	281,69
19	0,00440	0,00388	0,99612	76.592	297	49,16	0,00377	265,25
20	0,00380	0,00408	0,99592	76.295	311	48,35	0,00399	250,63
21	0,00485	0,00426	0,99574	75.984	324	47.55	0,00418	239,23
22	0,00459	0,00441	0,99559	75.660	334	46,75	0,00436	229,35
23	0,00429	0,00447	0,99553	75.326	337	45,96	0,00446	224,22
24	0,00451	0,00453	0,99547	74.989	340	45.16	0,00452	221,24
25	0,00419	0,00458	0,99542	74.649	342	44,39	0,00457	218,82
26	0,00462	0,00462	0,99538	74.307	343	43,57	0,00461	216,92
27	0,00459	0,00466	0.99534	73.964	345	42,76	0.00466	214,59
28	0,00462	0,00464	0,99536	73.619	342	41,96	0,00467	214,13
29	0,00532	0,00464	0,99536	73.277	340	41,16	0,00465	215,05
30	0,00392	0,00466	0,99534	72.937	340	40,35	0.00466	214,59
31	0,00528	0,00469	0,99531	72.597	340	39,53	0,00468	213,68
32	0,00484	0,00474	0,99526	72.257	342	38,72	0,00471	212,31
33	0,00496	0,00484	0,99516	71.915	348	37,90	0,00479	208,77
34	0,00510	0,00494	0.99506	71.567	354	37,08	0,00490	204,08
35	0,00485	0,00505	0,99495	71.213	360	36,26	0,00501	199,60
36	0,00506	0,00516	0,99484	70.853	366	35,44	0,00512	195,31
37	0,00517	0,00528	0,99472	70.487	372	34,62	0.00523	191,20
38	0,00556	0,00540	0,99460	70.115	379	33,81	0,00535	186.92
39	0,00616	0,00554	0,99446	69.736	386	32,99	0,00548	182,48
40	0,00502	0,00568	0,99432	69.350	394	32,17	0,00562	177,94
41	0,00689	0,00582	0,99418	68.956	401	31,35	0,00576	173,61
42	0,00635	0,00598	0,99402	68.555	410	30,53	0,00592	168,91
43	0,00538	0,00609	0.99391	68.145	415	29,71	0,00605	165,28
44	0,00634	0,00624	0,99376	67.730	423	28,89	0,00618	161,81
45	0,00627	0,00643	0,99357	67.307	433	28,07	0,00635	157,48
46	0,00699	0,00665	0,99335	66.874	445	27,25	0,00656	152,44
47	0,00646	0,00692	0,99308	66.429	460	26,42	0,00680	147,06
48	0,00736	0,00726	0,99274	65.969	479	25,61	0,00711	140,65
49	0,00781	0,00764	0,99236	65.490	500	24,79	0,00747	133,87
50	0,00708	0,00807	0,99193	64.990	524	23,98	0,00787	127,06
51	0,00992	0,00856	0,99144	64.466	552	23,17	0.00834	119,90
52	0,00952	0,00912	0.99088	63.914	583	22,36	0,00887	112,73
53	0,00987	0,00978	0.99022	63 331	619	21,56	0.00948	105,49
54	0.01067	0,01053	0,98947	62.712	660	20.77	0.01019	98,14

Sexo feminino

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
x	q'_x (Observados)	q_x (Ajustados)	$p_x = 1 - q_x$	l_x	$d_x = q_x\, l_x$	$\overset{\circ}{e}_x$	μ_x	$\nu_x = \frac{1}{\mu_x}$
55	0,01126	0,01132	0,98868	62.052	702	19,99	0,01096	91,24
56	0,01166	0,01224	0,98776	61.350	751	19,21	0,01183	84,53
57	0,01402	0,01326	0,98674	60.599	804	18,44	0,01282	78,00
58	0,01387	0,01445	0,98555	59.795	864	17,68	0,01397	71,58
59	0,01734	0,01577	0,98423	58.931	929	16,94	0,01520	65,79
60	0,01547	0,01723	0,98277	58.002	999	16,20	0,01660	60,24
61	0,02203	0,01885	0,98115	57.003	1.075	15,47	0,01818	55,01
62	0,02179	0,02065	0,97935	55.928	1.155	14,76	0,01998	50,05
63	0,02372	0,02257	0,97743	54.773	1.236	14,06	0,02181	45,85
64	0,02523	0,02473	0,97527	53.537	1.324	13,38	0,02388	41,88
65	0,02769	0,02721	0,97279	52.213	1.421	12,70	0,02626	38,08
66	0,03046	0,03002	0,96998	50.792	1.525	12,04	0,02898	34,51
67	0,03438	0,03323	0,96677	49.267	1.637	11,40	0,03203	31,22
68	0,03568	0,03726	0,96274	47.630	1.775	10,77	0,03577	27,96
69	0,04483	0,04170	0,95830	45.855	1.912	10,17	0,04021	24,87
70	0,04120	0,04661	0,95339	43.943	2.048	9,59	0,04507	22,19
71	0,06688	0,05201	0,94799	41.895	2.179	9,04	0,05048	19,81
72	0,06154	0,05794	0,94206	39.716	2.301	8,51	0,05643	17,72
73	0,06985	0,06461	0,93539	37.415	2.417	8,00	0,06311	15,85
74	0,07455	0,07184	0,92816	34.998	2.514	7,52	0,07055	14,17
75	0,07665	0,07966	0,92034	32.484	2.588	7,06	0,07866	12,71
76	0,08745	0,08808	0,91192	29.896	2.633	6,63	0,08748	11,43
77	0,10075	0,09712	0,90288	27.263	2.648	6,22	0,09705	10,30
78	0,10585	0,10681	0,89319	24.615	2.629	5,83	0,10742	9,31
79	0,14210	0,11712	0,88288	21.986	2.575	5,47	0,11861	8,43
80	0,10886	0,12806	0,87194	19.411	2.486	5,13	0,13066	7,65
81	0,18512	0,13960	0,86040	16.925	2.363	4,81	0,14356	6,97
82	0,16770	0,15175	0,84825	14.562	2.210	4,51	0,15744	6,35
83	0,19664	0,16293	0,83707	12.352	2.013	4,23	0,17165	5,83
84	0,18580	0,16982	0,83018	10.339	1.756	3,96	0,18168	5,50
85	0,20351	0,19010	0,80990	8.583	1.632	3,66	0,19693	5,08
86	0,21788	0,20512	0,79488	6.951	1.426	3,41	0,22099	4,53
87	0,24326	0,22034	0,77966	5.525	1.217	3,16	0,23878	4,19
88	0,22934	0,24099	0,75901	4.308	1.038	2,91	0,26108	3,83
89	0,24340	0,26363	0,73637	3.270	862	2,67	0,29024	3,45
90	0,18631	0,28840	0,71160	2.408	694	2,45	0,32226	3,10
91	0,29082	0,31623	0,68377	1.714	542	2,24	0,35837	2,79
92	0,27226	0,34515	0,65485	1.172	405	2,04	0,40138	2,49
93	0,29005	0,37747	0,62253	767	290	1,86	0,44828	2,23
94	0,23389	0,41305	0,58695	477	197	1,68	0,50262	1,99
95	0,20950	0,45185	0,54815	280	127	1,52	0,56607	1,77
96	0,17609	0,49437	0,50563	153	76	1,36	0,64379	1,55
97	0,30581	0,53951	0,46049	77	42	1,21	0,73377	1,36
98	0,01447	0,59293	0,40707	35	21	1,07	0,84762	1,18
99	0,11699	0,64864	0,35136	14	9	0,93	0,97619	1,02
100	0,24772	0,71122	0,28878	5	4	0,70	..	..
101	0,45014	0,77804	0,22196	1	1	0,50	..	..
102	0,45614	0,85114	0,14886	0	..	..	..	..
103	0,61538	0,93540	0,06460	..	..	..	..	..

(1) Idade. (2) Probabilidades anuais de morte não ajustadas. (3) Probabilidades anuais de morte ajustadas. (4) Probabilidades anuais de vida. (5) Número de sobreviventes (ordem de sobrevivência). (6) Número de mortos. (7) Vida média (duração média da vida). (8) Taxa instantânea de mortalidade. (9) Vitalidade média.

Elementos

A. — Ordem de

x	Alemanha — 1932-1934	Bélgica — 1928-1932	Dinamarca — 1931-1935	Estados Unidos (branca) — 1940	Finlândia — 1931-1935	França — 1928-1933	Grécia — 1928	Holanda — 1931-1940
								Sexo masculino —
1	91.465	89.925	91.853	95.455	92.186	90.982	90.491	95.433
5	89.654	87.096	90.322	94.464	88.944	88.164	80.539	93.980
10	88.793	86.090	89.758	93.942	87.490	87.200	77.972	93.340
15	88.244	85.406	89.280	93.444	86.394	86.447	76.684	92.886
20	87.298	84.091	88.423	92.672	84.547	84.900	74.926	92.153
25	86.032	82.367	87.272	91.637	81.732	82.691	72.512	91.227
30	84.715	80.659	86.119	90.476	79.176	80.470	69.990	90.302
35	83.234	78.812	84.910	89.099	76.532	77.963	67.364	89.276
40	81.481	76.662	83.472	87.285	73.530	74.988	64.565	88.031
45	79.285	73.945	81.613	84.692	69.988	71.348	61.469	86.414
50	76.322	70.428	78.999	80.892	65.722	66.861	57.889	84.107
55	72.147	65.822	75.191	75.434	60.205	61.291	53.578	80.696
60	66.293	59.650	69.804	67.949	52.963	54.391	48.257	75.507
65	58.106	51.423	62.177	58.350	44.197	45.800	41.707	67.807
70	47.059	40.941	51.610	46.494	34.199	35.436	33.900	56.735
75	33.479	28.410	38.135	32.949	23.635	23.768	25.185	42.240
								Sexo feminino —
1	93.161	92.145	93.692	96.469	93.459	92.838	90.688	96.479
5	91.535	89.615	92.419	95.610	90.415	90.205	80.781	95.224
10	90.753	88.686	91.913	95.211	89.093	89.245	78.256	94.712
15	90.270	87.987	91.523	94.855	87.945	88.416	76.975	94.312
20	89.490	86.688	90.741	94.308	86.075	86.727	75.264	93.664
25	88.390	85.026	89.705	93.555	83.790	84.585	72.832	92.875
30	87.139	83.347	88.405	92.644	81.559	82.545	70.128	91.957
35	85.754	81.606	87.003	91.527	79.374	80.563	67.352	90.853
40	84.135	79.698	85.293	90.107	77.088	78.381	64.603	89.457
45	82.211	77.457	83.220	88.191	74.540	75.851	61.897	87.748
50	79.620	74.680	80.537	85.507	71.594	72.728	59.135	85.395
55	76.038	71.000	76.908	81.719	68.015	68.809	56.073	81.910
60	70.984	65.982	71.806	76.365	63.257	63.687	52.303	76.976
65	63.712	58.741	64.609	68.788	56.396	56.747	47.269	69.570
70	53.184	48.787	54.401	58.068	46.959	47.194	40.417	59.045
75	39.132	35.878	40.594	44.230	34.832	34.821	31.523	44.754

Elementos colhidos, excepto para Portugal, do *Anuário Estatístico da Sociedade das Nações*, 1941-1942.

comparativos

sobrevivência — l_x

Hungria — 1930-1931	Inglaterra e Gales — 1930-1932	Itália — 1930-1932	Noruega — 1921-1922 1930-1931	Polónia — 1931-1932	Portugal — 1939-1942	Suécia — 1931-1935	Suíça — 1933-1937	x
100.000 nascimentos								
82.927	92.814	88.468	94.490	83.080	**86.306**	94.514	94.758	1
78.456	90.069	82.846	92.683	78.290	**78.335**	93.055	93.112	5
77.120	89.023	81.738	91.808	76.910	**77.060**	92.324	92.314	10
76.218	88.360	80.936	91.008	75.970	**76.206**	91.660	91.725	15
74.658	87.245	79.669	89.217	74.520	**74.850**	90.477	90.627	20
72.514	85.824	78.014	86.509	72.440	**73.030**	88.840	89.082	25
70.568	84.416	76.317	83.994	70.470	**71.107**	87.278	87.586	30
68.579	82.885	74.486	81.734	68.470	**68.921**	85.718	85.948	35
66.136	80.935	72.396	79.481	66.220	**66.385**	83.936	83.936	40
63.335	78.357	69.944	76.992	63.510	**63.374**	81.802	81.292	45
59.901	74.794	66.884	73.982	59.950	**59.793**	78.956	77.614	50
55.583	70.041	62.942	70.182	55.100	**55.428**	75.179	72.390	55
49.719	63.620	57.683	65.188	48.860	**49.736**	70.044	65.213	60
42.110	54.899	50.606	58.322	40.980	**42.378**	62.975	55.710	65
32.633	43.361	41.175	49.476	31.360	**32.889**	53.076	43.811	70
21.470	29.665	29.299	38.106	20.780	**21.716**	40.346	30.258	75
100.000 nascimentos								
85.762	94.545	89.775	95.596	85.960	**87.595**	95.818	95.917	1
81.311	92.024	84.107	93.993	81.260	**79.783**	94.505	94.512	5
79.847	91.082	83.019	93.239	79.830	**78.515**	93.892	93.828	10
78.793	90.420	82.227	92.374	78.730	**77.611**	93.265	93.309	15
76.942	89.383	80.908	90.628	77.210	**76.295**	92.069	92.419	20
74.643	88.133	79.223	88.415	75.220	**74.649**	90.497	91.097	25
72.447	86.792	77.478	86.232	73.060	**72.937**	88.944	89.708	30
70.430	85.353	75.754	84.215	70.740	**71.213**	87.404	88.255	35
68.252	83.690	73.860	82.121	68.270	**69.350**	85.715	86.640	40
65.947	81.660	71.777	79.822	65.750	**67.307**	83.702	84.657	45
63.200	78.958	69.332	77.085	62.970	**64.990**	81.106	82.005	50
59.583	75.290	66.164	73.657	59.310	**62.052**	77.706	78.283	55
54.766	70.204	61.803	69.349	54.240	**58.002**	73.117	72.991	60
48.317	63.046	55.510	63.476	47.380	**52.213**	66.647	65.237	65
39.062	53.144	46.455	55.171	38.240	**43.943**	57.326	54.086	70
27.620	40.040	34.323	44.104	27.210	**32.484**	44.532	39.708	75

B. — Vida

x	Alemanha — 1932-1934	Bélgica — 1928-1932	Dinamarca — 1931-1935	Estados Unidos (branca) — 1940	Finlândia — 1931-1935	França — 1928-1933	Grécia — 1928	Holanda — 1931-1940
								Sexo
0	59,86	56,02	62,0	62,94	53,94	54,30	49,09	65,7
1	64,43	61,25	66,5	64,91	57,48	58,63	53,22	67,8
10	57,28	54,88	59,0	56,91	51,41	52,06	52,40	60,3
20	48,16	46,04	49,8	47,61	42,99	43,30	44,31	51,0
30	39,47	37,78	41,0	38,64	35,58	35,42	37,07	41,9
40	30,83	29,48	32,1	29,85	27,92	27,62	29,76	32,9
50	22,54	21,61	23,6	21,77	20,60	20,33	22,58	24,1
60	15,11	14,53	16,0	14,86	14,25	13,76	16,03	16,3
70	9,05	8,69	9,7	9,26	9,22	8,29	10,57	9,8
								Sexo
0	62,81	59,79	63,8	67,31	58,69	59,02	50,89	67,2
1	66,41	63,84	67,1	68,76	61,77	62,53	55,09	68,6
10	59,09	57,25	59,4	60,63	55,65	55,95	54,48	60,8
20	49,84	48,43	50,0	51,15	47,40	47,40	46,43	51,5
30	41,05	40,17	41,2	41,98	39,75	39,54	39,45	42,3
40	32,33	31,77	32,5	33,01	31,76	31,37	32,40	33,3
50	23,85	23,55	24,1	24,48	23,80	23,39	24,93	24,7
60	16,07	15,93	16,4	16,75	16,22	15,94	17,49	16,8
70	9,58	9,60	9,9	10,27	9,93	9,58	10,99	10,2

Elementos colhidos, excepto para Portugal, do *Anuário Estatístico da Sociedade das Nações*, 1941-1942.

média e_x^o

Hungria — 1930-1931	Inglaterra e Gales — 1930-1932	Itália — 1930-1932	Noruega — 1921-1922 1930-1931	Polónia — 1931-1932	Portugal — 1939-1942	Suécia — 1931-1935	Suíça — 1933-1937	x
masculino								
48,27	58,74	53,76	60,98	48,2	**48,58**	63,22	60,7	0
57,11	62,25	59,71	63,51	56,9	**56,21**	65,88	63,0	1
52,23	55,79	55,46	56,27	52,2	**52,61**	58,37	55,6	10
43,75	46,81	46,75	47,73	43,7	**44,00**	49,44	46,5	20
36,01	38,21	38,58	40,39	36,0	**36,04**	41,07	38,0	30
28,06	29,62	30,39	32,40	27,9	**28,23**	32,50	29,4	40
20,43	21,60	22,45	24,41	20,3	**20,76**	24,21	21,3	50
13,50	14,43	15,16	16,97	13,7	**13,86**	16,59	14,3	60
7,76	8,62	9,05	10,63	8,3	**8,19**	10,12	8,7	70
feminino								
51,34	62,88	56,00	63,84	51,4	**52,82**	65,33	64,6	0
58,78	65,48	61,32	65,76	58,7	**59,23**	67,17	66,4	1
53,96	58,87	57,15	58,35	54,0	**56,86**	59,49	58,8	10
45,77	49,88	48,49	49,85	45,7	**48,35**	50,55	49,6	20
38,30	41,22	40,41	42,14	38,0	**40,35**	42,15	40,9	30
30,35	32,55	32,14	34,00	30,3	**32,17**	33,54	32,2	40
23,35	24,18	23,89	25,87	22,4	**23,98**	25,14	23,7	50
14,95	16,50	16,13	18,16	15,1	**16,20**	17,29	16,0	60
8,72	10,02	9,61	11,40	9,2	**9,69**	10,51	9,6	70

Notas sôbre as funções q_x e μ_x

Da comparação dos valores das duas funções q_x e μ_x nota-se que no período inicial dos 0 até cêrca dos 10 anos é

$$q_x < \mu_x$$

o que se justifica, pois μ_x é determinado à custa da observação inicial do período anual e q_x à custa da observação da totalidade do período, e o período em questão é caracterizado pela melhoria do comportamento do indivíduo perante as causas da mortalidade, tanto no seu número, como na sua intensidade. Aos 10 anos passa a dar-se o fenómeno inverso, isto é, aumenta a intensidade ou o resultado do ataque das várias causas da mortalidade e, assim, a observação de todo um ano onera o coeficiente dela deduzido (q_x) em relação ao coeficiente deduzido da observação de um período inicial (μ_x). Como as causas da mortalidade vão, à medida que a idade aumenta, produzindo efeitos cada vez maiores em virtude de enfraquecimento do organismo, parece que até ao limite da vida humana e a partir dos 10 anos se verificaria sempre

$$q_x > \mu_x$$

A leitura de uma tábua de mortalidade mostra-nos que tal não sucede; procuremos porquê.

É a partir dos 74 anos (sexo masculino) que na tábua portuguesa de mortalidade deixa de se verificar a condição indicada e em que, pelo contrário, passa a ser

$$q_x < \mu_x$$

condição que prevalece até ao fim da vida, e de forma que vai aumentando o valor da diferença

$$\mu_x - q_x$$

É justamente também a partir dessa idade que o número de mortos, deduzido da tábua, começa a deminuir.

A causa dêste último decréscimo reside no facto de a população inicial de 100:000 estar já tam deminuída por mortes sucessivas que a aplicação de uma taxa de mortalidade, embora sempre crescente (pelo menos até aos 95 anos), não compensa a quebra já sofrida pela população. A mesma causa explica a aparente anomalia acima apontada; de facto, suponhamos que μ_x é deduzido da observação do primeiro mês, durante o qual se registam ${}_1d_x$ mortes; será

$$\mu_x = 12 \frac{{}_1d_x}{l_x}$$

e q_x será

$$q_x = \frac{\sum_1^{12} {}_1d_x}{l_x}$$

ora como é

$${}_nd_x > {}_{n+1}d_x$$

em virtude da causa já apontada, será necessàriamente

$$q_x < \mu_x$$

que não deve ser interpretado como uma melhoria perante a mortalidade.

Esta análise leva-nos contudo a uma interpretação diferente do coeficiente de mortalidade q_x.

De facto, de ser q_x o coeficiente dado pela tábua de mortalidade não posso concluir que, se tiver N indivíduos de idade x, morrerão provàvelmente

$$N \cdot q_x$$

e isto porque q_x resulta da observação de um grupo de indivíduos de idade x sim, mas em número N_x diferente de N, e, se êste facto é insensível, êmbora não insignificante, nas idades até 74 anos, passa então a ser bem visível devido ao pequeno número de indivíduos N_x de cuja observação resulta q_x. Assim, q_x deixa de ser uma taxa e passa a ser uma característica da população; se esta fôsse alimentada por 1.000:000 de nascimentos, q_x seria diferente do observado numa população alimentada por 100:000 nascimentos.

Para obtermos as taxas referentes às idades de 10 anos em diante pareceu-nos conveniente o seguinte raciocínio:

Conhecemos μ_x e, supondo que êle resulta da observação da mortalidade no primeiro dia que se segue ao x^o aniversário, teremos

$$\mu_x = 365 \frac{{}_1d_x}{l_x} = 365 \cdot {}_1q_x \qquad (1)$$

onde ${}_1d_x$ representa o número de mortes ocorridas e ${}_1q_x$ a probabilidade de morte nesse dia.

Do mesmo modo

$$\mu_{x+1} = 365 \frac{{}_1d_{x+1}}{l_{x+1}} = 365 \cdot {}_1q_{x+1} \sim 365 \cdot {}_{365}q_x \qquad (2)$$

por podermos supor que é aproximadamente

$$_{365}q_x = {}_1q_{x+1}$$

Temos também

$$q_x = \frac{\sum_{1}^{365} {}_i d_x}{l_x} = \backsim 365\ {}_{182}q_x$$

Na hipótese da variação linear de $_iq_x$, as expressões (1) e (2) permitem-nos o cálculo de $_{182}q_x$, que será dado por

$$\frac{_{365}q_x - {}_1q_x}{365} = \frac{\Delta}{182}$$

e portanto

$$_{182}q_x = {}_1q_x + \Delta = {}_1q_x + \frac{_{365}q_x - {}_1q_x}{2} = \frac{_{365}q_x + {}_1q_x}{2} = \frac{\mu_{x+1} + \mu_x}{730}$$

e finalmente

$$q_x = 365\frac{\mu_{x+1} + \mu_x}{730} = \frac{\mu_{x+1} + \mu_x}{2} \qquad (3)$$

tal será o valor da taxa de mortalidade, calculado independentemente do número de pessoas observadas.

Ainda da comparação de q_x e μ_x resulta, à idade de 23 anos, um valor maior para μ_x do que para q_x, no sexo masculino, e aos 28 anos para o sexo feminino, voltando em seguida a ser novamente q_x maior que μ_x. Como a essa idade não tem cabimento a razão apresentada para os 74 anos (sexo masculino) e 78 anos (sexo feminino), somos levados a concluir que existe um factor que determina para essas idades uma melhoria de atitude do organismo em presença das causas de mortalidade.

Nos quadros seguintes figuram, para efeitos comparativos, os valores de q_x tirados da tábua e os determinados por uso da fórmula (3). Uma comparação entre os valores de μ_x e os correspondentes de q_x assim determinados mostra-nos que a anomalia apontada na presente nota desapareceu.

Taxas ajustadas e rectificadas

Masculino

(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
x	q_x	q_x (Rectificado)	x	q_x	q_x (Rectificado)	x	q_x	q_x (Rectificado)
0	..	..	35	0,00689	0,00692	70	0,06538	0,06766
1	0,05325	0,06452	36	0,00716	0,00719	71	0,07188	0,07464
2	0,02217	0,02507	37	0,00744	0,00748	72	0,07889	0,08233
3	0,01213	0,01204	38	0,00776	0,00778	73	0,08676	0,09081
4	0,00752	0,00767	39	0,00810	0,00813	74	0,09509	0,09997
5	0,00529	0,00528	40	0,00846	0,00850	75	0,10389	0,10977
6	0,00369	0,00378	41	0,00884	0,00889	76	0,11313	0,12016
7	0,00286	0,00287	42	0,00924	0,00929	77	0,12273	0,13094
8	0,00239	0,00241	43	0,00964	0,00967	78	0,13225	0,14195
9	0,00215	0,00216	44	0,01001	0,01009	79	0,14228	0,15354
10	0,00206	0,00207	45	0,01054	0,01059	80	0,15290	0,16600
11	0,00206	0,00206	46	0,01104	0,01111	81	0,16411	0,17930
12	0,00213	0,00214	47	0,01157	0,01163	82	0,17592	0,19366
13	0,00232	0,00232	48	0,01206	0,01214	83	0,18880	0,20923
14	0,00256	0,00257	49	0,01262	0,01270	84	0,20230	0,22631
15	0,00284	0,00285	50	0,01327	0,01337	85	0,21728	0,24486
16	0,00317	0,00316	51	0,01402	0,01412	86	0,23228	0,26479
17	0,00351	0,00355	52	0,01487	0,01502	87	0,25029	0,28864
18	0,00400	0,00399	53	0,01597	0,01609	88	0,27290	0,31928
19	0,00440	0,00440	54	0,01712	0,01729	89	0,29997	0,35372
20	0,00469	0,00469	55	0,01845	0,01862	90	0,32659	0,39446
21	0,00489	0,00489	56	0,01984	0,02006	91	0,35728	0,44307
22	0,00501	0,00499	57	0,02136	0,02158	92	0,39175	0,49691
23	0,00498	0,00500	58	0,02290	0,02319	93	0,42855	0,55986
24	0,00500	0,00501	59	0,02463	0,02495	94	0,46822	0,63465
25	0,00507	0,00508	60	0,02656	0,02694	95	0,51285	0,71918
26	0,00516	0,00518	61	0,02872	0,02915	96	0,56234	0,80315
27	0,00529	0,00531	62	0,03115	0,03169	97	0,61376	0,90967
28	0,00546	0,00548	63	0,03398	0,03459	98	0,67798	..
29	0,00563	0,00565	64	0,03712	0,03786	99	0,77788	..
30	0,00582	0,00584	65	0,04060	0,04149	100	0,80724	..
31	0,00601	0,00603	66	0,04446	0,04551	..	..	..
32	0,00622	0,00624	67	0,04876	0,05009	..	..	..
33	0,00643	0,00645	68	0,05385	0,05538	..	..	..
34	0,00665	0,00667	69	0,05938	0,06126	..	..	..

Feminino

(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
x	q_x	q_x (Rectificado)	x	q_x	q_x (Rectificado)	x	q_x	q_x (Rectificado)
0	..	..	35	0,00505	0,00506	70	0,04661	0,04778
1	0,05136	0,06336	36	0,00516	0,00518	71	0,05201	0,05345
2	0,02167	0,02445	37	0,00528	0,00529	72	0,05794	0,05977
3	0,01153	0,01158	38	0,00540	0,00541	73	0,06461	0,06683
4	0,00716	0,00724	39	0,00554	0,00555	74	0,07184	0,07460
5	0,00486	0,00494	40	0,00568	0,00569	75	0,07966	0,08307
6	0,00358	0,00362	41	0,00582	0,00584	76	0,08808	0,09227
7	0,00286	0,00289	42	0,00598	0,00598	77	0,09712	0,10223
8	0,00246	0,00248	43	0,00609	0,00612	78	0,10681	0,11301
9	0,00224	0,00225	44	0,00624	0,00626	79	0,11712	0,12464
10	0,00214	0,00215	45	0,00643	0,00645	80	0,12806	0,13711
11	0,00213	0,00213	46	0,00665	0,00668	81	0,13960	0,15050
12	0,00218	0,00221	47	0,00692	0,00695	82	0,15175	0,16455
13	0,00243	0,00243	48	0,00726	0,00729	83	0,16293	0,17667
14	0,00268	0,00269	49	0,00764	0,00767	84	0,16982	0,18930
15	0,00293	0,00293	50	0,00807	0,00810	85	0,19010	0,20896
16	0,00318	0,00318	51	0,00856	0,00861	86	0,20512	0,22988
17	0,00343	0,00343	52	0,00912	0,00917	87	0,22034	0,24993
18	0,00366	0,00366	53	0,00978	0,00983	88	0,24099	0,27566
19	0,00388	0,00388	54	0,01053	0,01057	89	0,26363	0,30625
20	0,00408	0,00409	55	0,01132	0,01139	90	0,28840	0,34031
21	0,00426	0,00427	56	0,01224	0,01232	91	0,31623	0,37988
22	0,00441	0,00441	57	0,01326	0,01339	92	0,34515	0,42483
23	0,00447	0,00449	58	0,01445	0,01458	93	0,37747	0,47545
24	0,00453	0,00455	59	0,01577	0,01590	94	0,41305	0,53435
25	0,00458	0,00459	60	0,01723	0,01739	95	0,45185	0,60493
26	0,00462	0,00463	61	0,01885	0,01908	96	0,49437	0,68878
27	0,00466	0,00466	62	0,02065	0,02089	97	0,53951	0,79069
28	0,00464	0,00466	63	0,02257	0,02285	98	0,59293	0,91190
29	0,00464	0,00465	64	0,02473	0,02507	99	0,64861	..
30	0,00466	0,00467	65	0,02721	0,02762	100	0,71122	..
31	0,00469	0,00469	66	0,03002	0,03050	..	..	..
32	0,00474	0,00475	67	0,03323	0,03390	..	..	..
33	0,00484	0,00485	68	0,03726	0,03799	..	..	..
34	0,00494	0,00495	69	0,04170	0,04264	..	..	..

GRÁFICOS

GRÁFICO I

COEFICIENTES OBSERVADOS

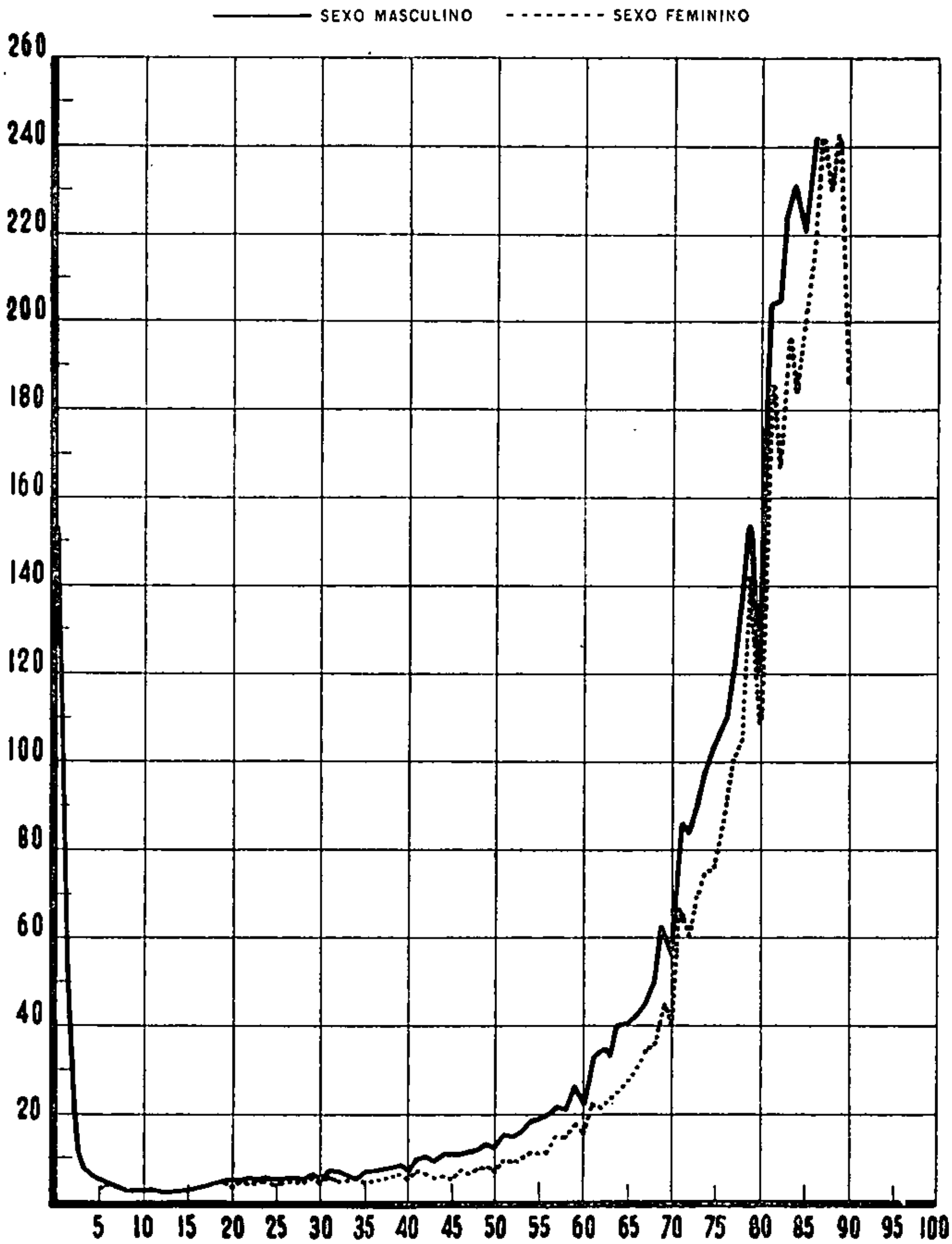

GRÁFICO II

COEFICIENTES AJUSTADOS POR GRUPOS

(ANALÌTICAMENTE)

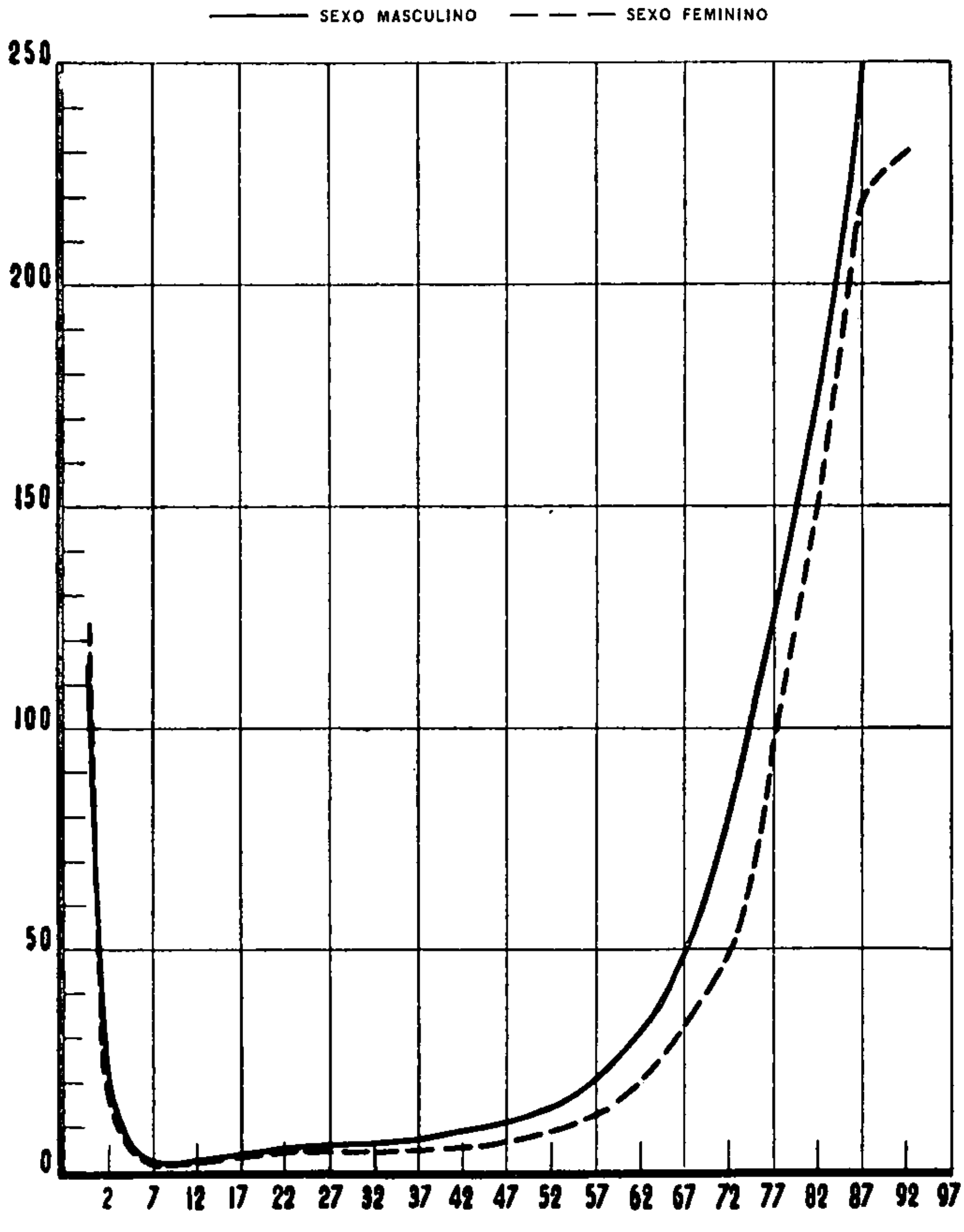

GRÁFICO III

COEFICIENTES AJUSTADOS POR GRUPOS

(GRÀFICAMENTE)

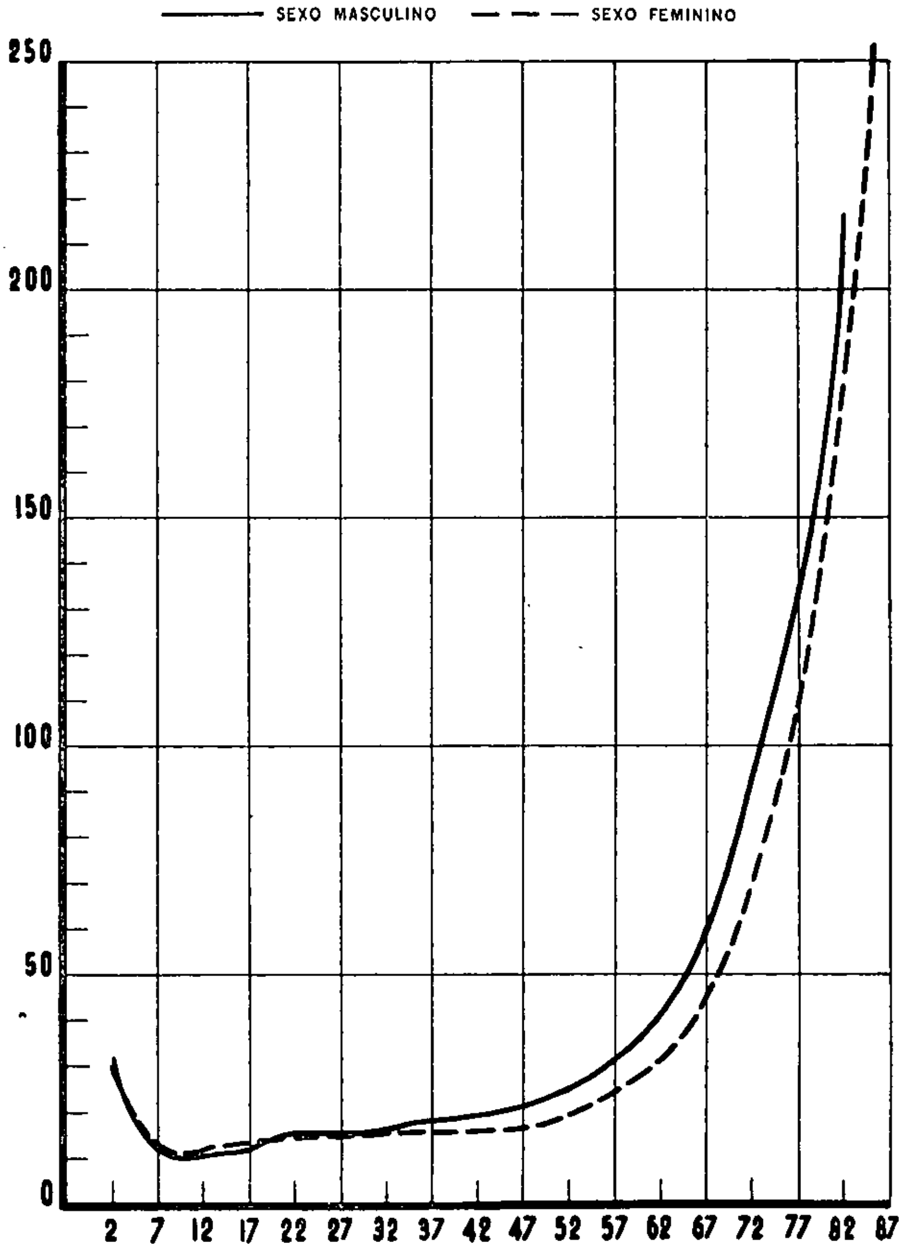

GRÁFICO IV

LOGARITMOS DOS COEFICIENTES

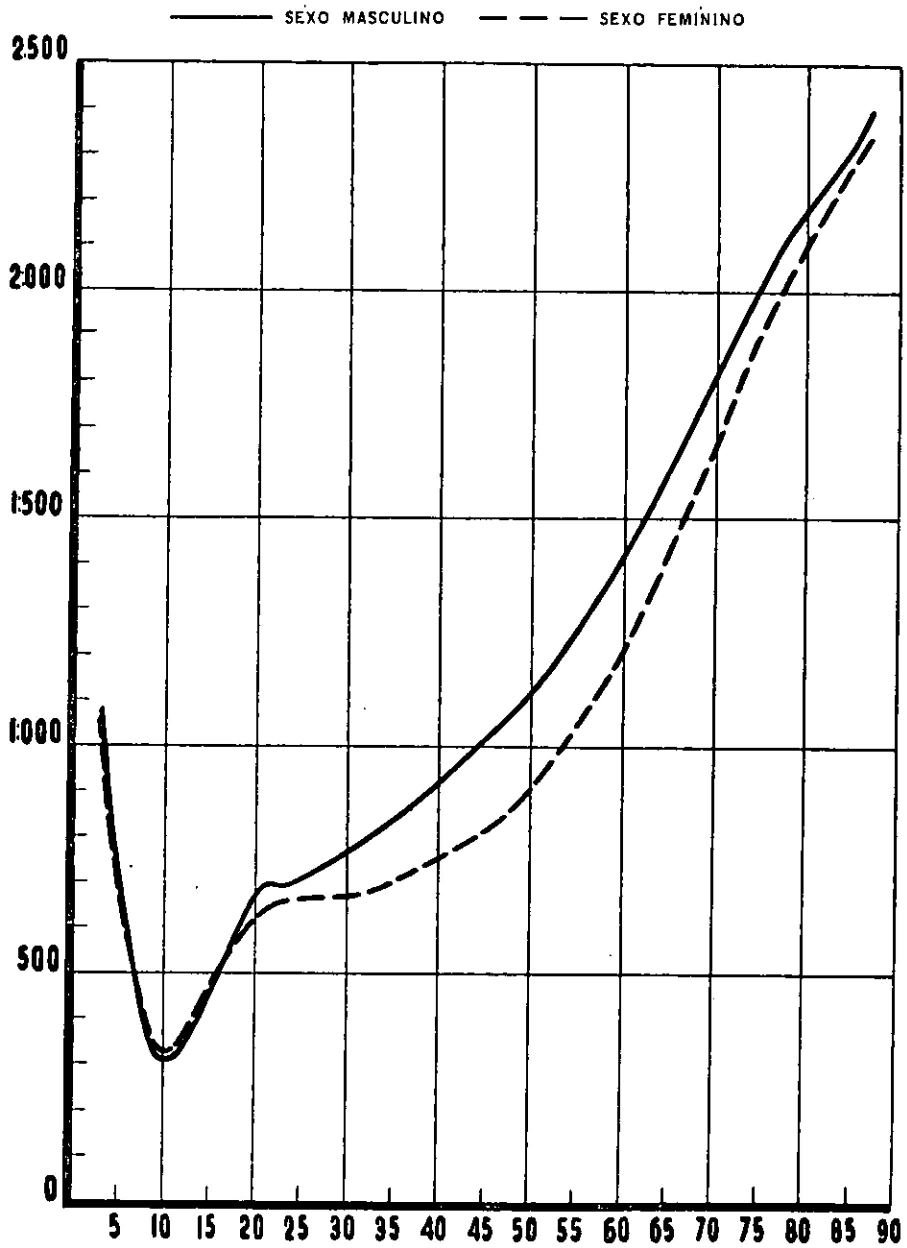

GRÁFICO V

ORDEM DE SOBREVIVÊNCIA l_x

$l_o = 100$

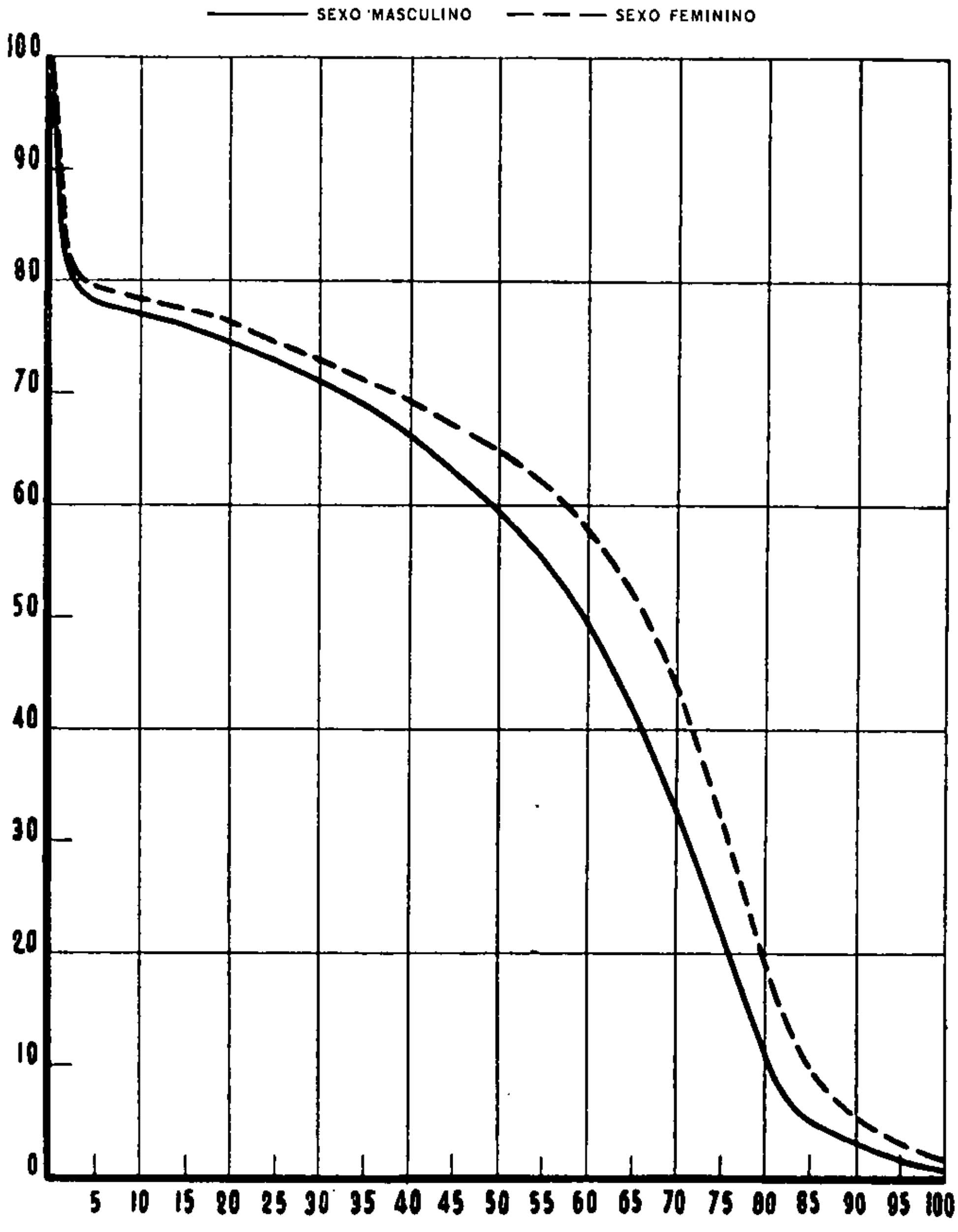

GRÁFICO VI

VIDA MÉDIA

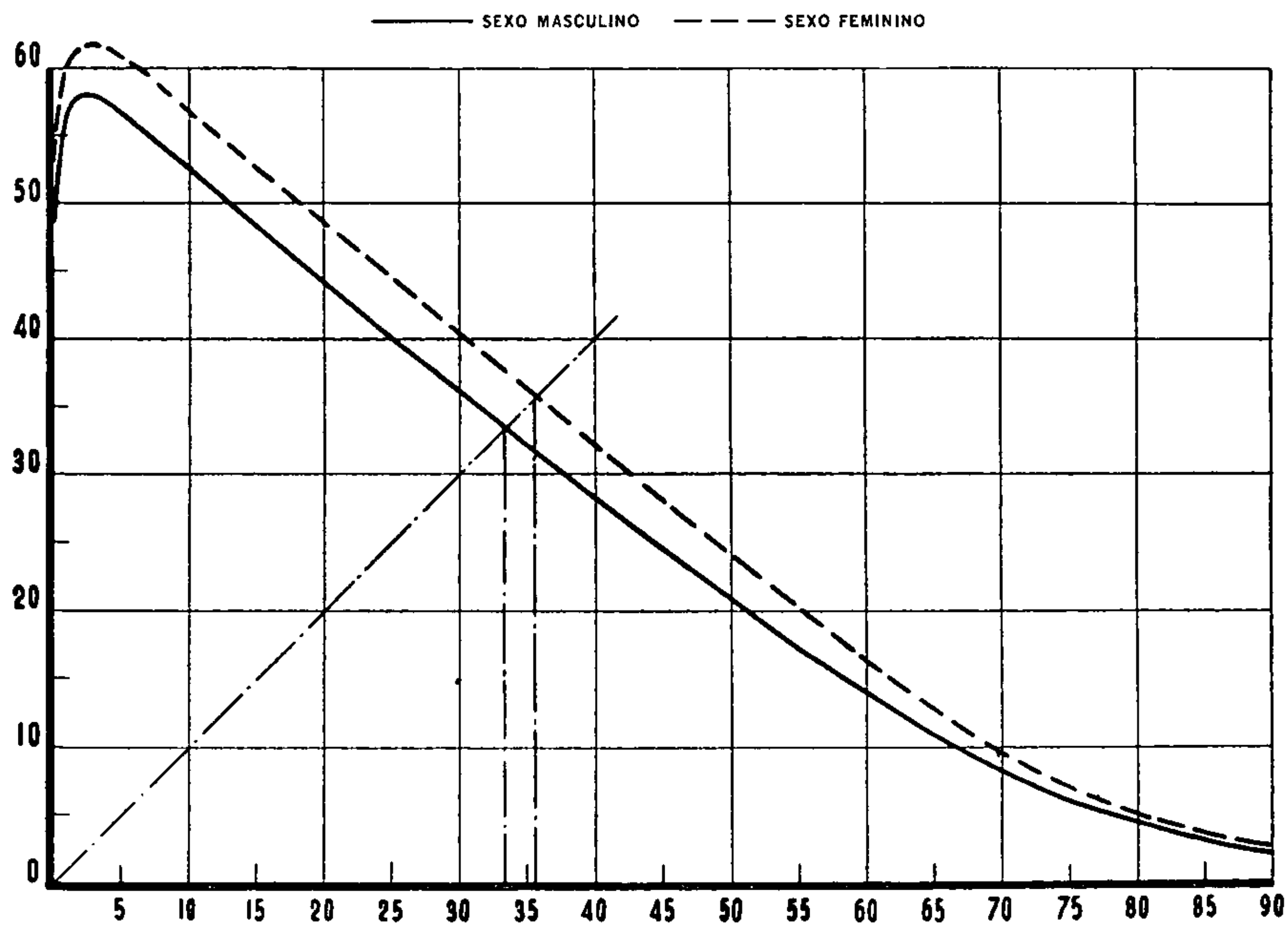

GRÁFICO VII

NÚMERO DE MORTOS d_x

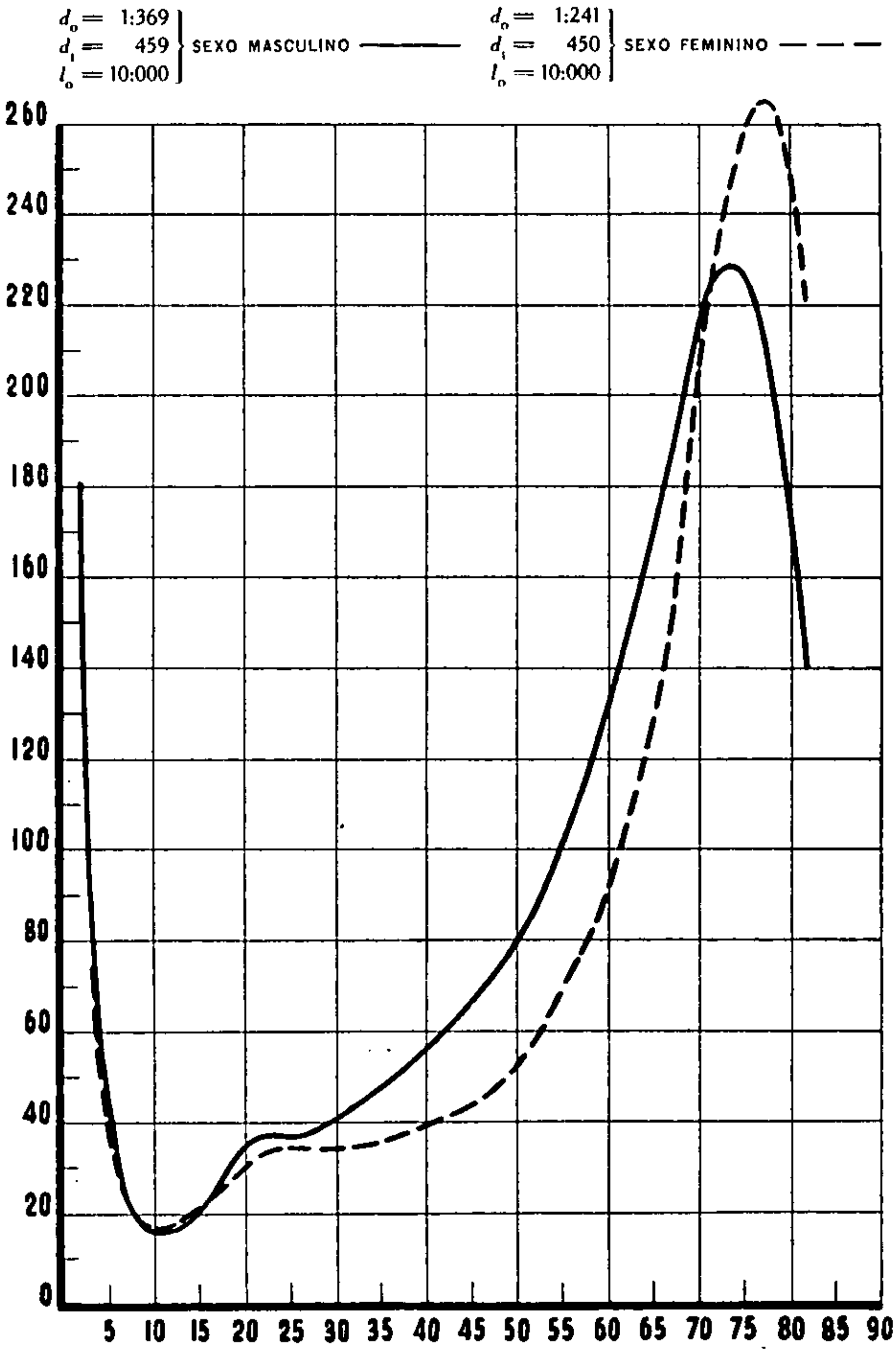

GRÁFICO VIII

TAXA INSTANTÂNEA DE MORTALIDADE

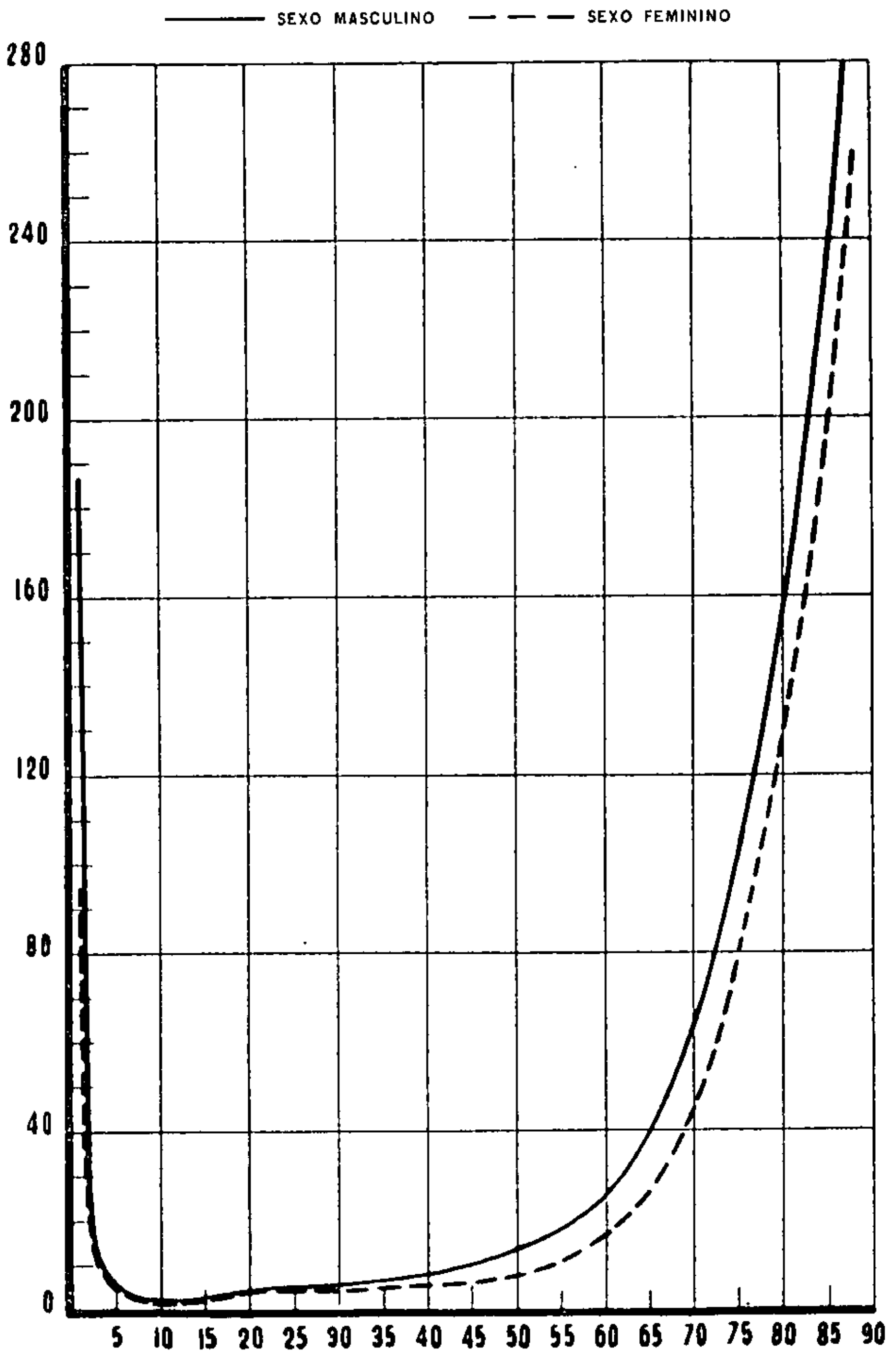

GRÁFICO IX

VITALIDADE MÉDIA