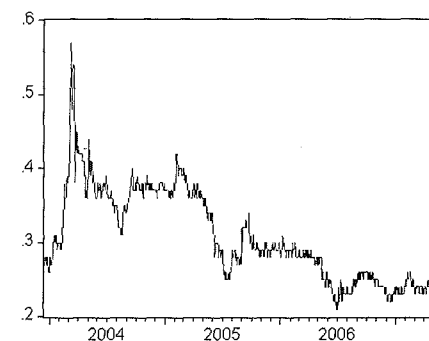


Esmeralda Gonçalves

Nazaré Mendes Lopes

Séries Temporais



Modelações lineares e não lineares

2ª edição

Sociedade Portuguesa de Estatística

FICHA TÉCNICA

Título

Séries temporais. Modelações lineares e não lineares.
2ª edição revista e aumentada.

Autores

Esmeralda Gonçalves
Nazaré Mendes Lopes

Editora

Sociedade Portuguesa de Estatística

Impressão e Distribuição

Instituto Nacional de Estatística, I.P.

Tiragem

500 Exemplares

ISBN 978-972-8890-16-2

Depósito Legal 269869/08

Preço: € 10,00 (IVA incluído)

Para

Tó-Zé, Emanuel e Rodrigo

Nando, Leo e Ro

NOTA DA SPE

Os manuais que a Sociedade Portuguesa de Estatística (SPE) tem vindo a editar anualmente para suporte do mini-curso que decorre no início de cada congresso Anual da SPE têm sido muito solicitados, quer por docentes dos ensinos universitário e politécnico para serem usados como textos de apoio de várias unidades curriculares de estudos graduados e pós-graduados, quer por investigadores teóricos e aplicados para apoio ao seu trabalho de investigação, quer ainda por estatísticos profissionais para utilização no exercício da sua actividade. Temos mesmo tido solicitações provenientes de outros países de língua portuguesa ou de colegas estrangeiros que entendem o português. Os poucos exemplares que sobram dos Congressos rapidamente se têm esgotado, pelo que a Direcção da SPE sentiu a necessidade de proceder a segundas edições para melhor servir a comunidade. É também a oportunidade para os autores, escolhidos de entre os mais reputados especialistas nacionais da respectiva área, poderem corrigir as inevitáveis gralhas da primeira edição e introduzirem algumas melhorias e actualizações que considerem justificadas.

O Instituto Nacional de Estatística (INE) é uma instituição com a qual temos tido intensa e frutuosa colaboração e que, nos últimos anos, tem impresso os manuais dos mini-cursos. O INE aceitou ser nosso parceiro nesta iniciativa editorial, encarregando-se da impressão e distribuição destas segundas edições, o que nos dá a garantia de um fácil acesso por parte dos interessados. Estamos muito gratos ao INE por mais esta valiosa colaboração.

Note-se que se trata de manuais sobre temas especializados que dificilmente poderiam ser editados por editoras comerciais (ou só poderiam sê-lo a um custo unitário elevado), uma vez que o público a que se

dirigem é relativamente limitado. Graças à generosidade dos autores, que prescindem dos seus direitos de autor, ao formato de bolso (que, além de cómodo, permite menores custos de produção) e ao facto de a SPE e o INE apoiarem estas edições, é possível elas chegarem ao leitor a preços muito moderados.

Com esta iniciativa, a SPE e o INE põem ao dispor da comunidade académica e da comunidade estatística e dos utilizadores de metodologias estatísticas textos em língua portuguesa de elevada qualidade científica e pedagógica cobrindo temas importantes e actuais das Probabilidades e da Estatística, que podem funcionar como manuais escolares para o ensino superior e como apoio à investigação e à prática profissional.

Esta é a primeira das segundas edições que nos propomos disponibilizar. Não houve para isso qualquer razão especial, a não ser o facto de, logo a seguir à decisão da Direcção da SPE de lançar esta iniciativa, terem, por mera coincidência, as autoras solicitado autorização para lançarem uma segunda edição da obra (esgotada há já algum tempo), que aliás têm usado há vários anos nas suas aulas e daí colhido uma preciosa experiência muito útil no trabalho de revisão. Prontamente aceitaram que essa segunda edição fosse também editada pela SPE. Por isso lhes estamos gratos, bem como pela sua paciência já que, tendo esta obra servido de cobaia para esta iniciativa, houve alguns atrasos decorrentes da necessidade de definir e acordar questões organizativas e processuais. Trata-se, naturalmente, de uma importante obra que nos orgulhamos de editar e que esperamos possa ser muito útil ao leitor.

O Presidente da SPE
Carlos A. Braumann

Prefácio à segunda edição

... Todo o mundo é composto de mudança,
Tomando sempre novas qualidades ...

Luís de Camões, Sonetos.

A monografia que agora se reedita foi inicialmente publicada no âmbito do XI Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística, como texto de suporte ao mini-curso que ministramos no referido Congresso.

O trabalho de ensino e investigação que temos continuado a desenvolver no contexto dos temas aqui tratados levou-nos a propôr a sua reedição numa forma mais completa e melhorada sobretudo no que respeita às aplicações. Neste sentido, foram acrescentados, nomeadamente nos capítulos 3 e 5, vários exemplos que permitem não só evidenciar aspectos práticos de aplicação da teoria mas também abordar, em contextos particulares, novos desenvolvimentos teóricos. A teoria tratada nesta obra é ainda ilustrada no final dos capítulos 4 e 6, relativos à análise estatística de séries temporais, através da modelação de dados reais recorrendo ao software estatístico EViews particularmente dirigido para a análise de tal tipo de dados.

Mantendo um dos objectivos já referido na primeira edição, concretamente que este texto fosse suficientemente auto-contido, complementamos alguns capítulos com anexos sobre temas particularmente relevantes para a sua compreensão e desenvolvimento. Destes anexos salientamos o relativo à Esperança Condicional onde procuramos resumir a informação fundamental sobre um tema de enorme utilidade não só no contexto das séries temporais mas dos processos estocásticos em geral.

À Sociedade Portuguesa de Estatística, que nos deu a honra de aceitar editar de novo esta obra, reafirmamos o nosso propósito de

apresentar um trabalho que vá ao encontro da exigência de qualidade dos textos da SPE e expressamos o nosso vivo e reconhecido agradecimento.

Coimbra, Janeiro de 2008

Prefácio

... Corre o tempo e não se cansa
em cada tempo outro tempo
todo o tempo é de mudança ...

Manuel Alegre, Guitarras do meu país

A modelação matemática de conjuntos de dados evoluindo de forma aleatória com o tempo, habitualmente designados por séries temporais ou cronológicas, preocupa os estudiosos da descrição matemática do *não determinismo* desde o advento, no século XVII, da ciência probabilista. Contudo, só em 1927 surgem, devidos a Yule, os primeiros modelos concretos cumprindo tal objectivo, designadamente os modelos auto-regressivos. Daí em diante a busca de modelos que melhor descrevem esta ou aquela realidade temporal tem sido permanente, tendo tais estudos sido dominados, até finais dos anos 70, pelos modelos lineares, os modelos auto-regressivos médias móveis. Só a partir desta data surgem na literatura os primeiros modelos estocásticos capazes de ter em conta certas características de não linearidade presentes nos sistemas reais a descrever, nomeadamente os modelos bilineares e os condicionalmente heteroscedásticos.

No presente livro caminha-se, de acordo com tal evolução histórico-científica, do linear para o não linear tendo o ênfase sido posto, em qualquer dos casos, no estudo de questões de natureza probabilista. De facto, só o conhecimento correcto das propriedades probabilistas dos modelos permitirá encontrar algum que venha a confirmar uma boa adequação aos dados em análise.

Assim, de forma detalhada e sistemática, são estudadas ao longo deste texto as principais questões associadas ao tratamento probabilista de modelos lineares e não lineares de séries temporais, com particular ênfase para os problemas de estacionaridade, forte e fraca, e de inversibi-

lidade. Os capítulos 3 e 5, relativos respectivamente aos modelos lineares e não lineares, têm este objectivo.

Sem descurar a análise estatística de tais modelos, damos-lhe, no entanto, menor destaque centrando-nos, quer no contexto linear quer não linear, na apresentação das estatísticas e metodologias de estimação mais usuais e correspondentes propriedades. No que concerne a análise estatística dos modelos lineares, a que dedicamos o capítulo 4 deste livro, abordamos ainda de forma breve questões ligadas à previsão estatística. Por outro lado, no âmbito da análise estatística de modelos não lineares de séries temporais, desenvolvida ao longo do capítulo 6, é apresentado um teste estatístico não clássico com grandes potencialidades de aplicação à generalidade dos modelos de séries temporais.

A necessidade, por nós sentida, de elaborar um trabalho tão auto-contido quanto possível levou-nos a iniciá-lo com dois capítulos generalistas onde são estudadas as definições e propriedades básicas dos processos estocásticos, isto é, dos modelos probabilistas gerais subjacentes aos sistemas dinâmicos não deterministas.

Este trabalho vem na sequência de várias disciplinas de Licenciatura e Mestrado, do foro dos Processos Estocásticos, que temos vindo a leccionar no Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra. Mais concretamente, resumem-se aqui os principais desenvolvimentos teóricos de um curso de Mestrado recentemente leccionado. Não lhe é por isso alheia a dialéctica ensino-aprendizagem que desenvolvemos com os nossos alunos.

O nosso agradecimento será assim sempre, primordialmente, para os que nos ouvem e também, agora, para os que nos lêem ...

Coimbra, Julho de 2003

Índice

Introdução	xi
Considerações gerais	xi
Objectivos da análise de séries temporais	xviii
 1 - Processos Estocásticos	 1
1.1 Conceitos básicos	1
1.2 Teorema de Kolmogorov	4
1.3 Processos de segunda ordem	7
1.3.1 Definição. Propriedades	7
1.3.2 Exemplos de processos de segunda ordem	10
1.4 Processos estacionários	13
1.4.1 Processos fortemente estacionários	14
1.4.2 Processos estacionários no sentido fraco	16
1.5 Espaços lineares	23
1.5.1 Operadores atraso e avanço	24
1.5.2 Melhor previsão linear baseada no passado	29
1.6 Anexo - Espaços de Hilbert	32
 2 - Resumo das ligações temporais	 41
2.1 Autocovariância e autocorrelação	41
2.2 Medida e densidade espectrais	50
2.3 Autocorrelações parciais	63
2.4 Anexo - Esperança condicional	74
 3 - Processos ARMA unidimensionais	 93
3.1 Processos estocásticos regulares	93
3.2 Processos auto-regressivos	99
3.2.1 Definição e existência	99
3.2.2 Processo $AR(p)$	100
3.2.3 Resumo das ligações temporais	114
3.2.4 Caracterização dos processos AR	120
3.3 Processos médias móveis	126
3.3.1 Definição	126
3.3.2 Multiplicidade de representações	127
3.3.3 Representação AR de um processo $MA(q)$	127

3.3.4 Resumo das ligações temporais	131
3.3.5 Caracterização dos processos MA	136
3.4 Processos auto-regressivos médias móveis	137
3.4.1 Definição	137
3.4.2 Resumo das ligações temporais	143
3.4.3 Caracterização dos processos ARMA	146
3.4.4 Exemplos de aplicação	148
3.4.5 Generalização dos modelos ARMA	157
3.4.6 Representação de espaços de estado de um modelo ARMA	162
3.5 Anexo - Inversibilidade de $1-\lambda L$	164
3.6 Anexo - Equações às diferenças	165
4 - Inferência em modelos lineares	169
4.1 Propriedades dos estimadores	170
4.1.1 Média empírica	170
4.1.2 Autocovariâncias empíricas	172
4.1.3 Periodograma	175
4.2 Previsão em modelos ARIMA	182
4.3 Modelação de uma série real	184
5 - Modelações não lineares	191
5.1 Heteroscedasticidade condicional	192
5.1.1 Definição geral e propriedades básicas	194
5.1.2 Diversas modelações condicionalmente heteroscedásticas	200
5.1.3 Modelos com erros condicionalmente heteroscedásticos	225
5.2 Modelos bilineares	238
5.2.1 Definição e considerações gerais	239
5.2.2 Modelo bilinear simples	240
6 - Inferência em modelos não lineares	255
6.1 Estimação num modelo com erros ARCH	256
6.2 Um teste para modelos bilineares	261
6.2.1 Ergodicidade de uma série temporal	262
6.2.2 O modelo: hipóteses e propriedades gerais	264

6.2.3 Um procedimento de decisão	265
6.2.4 Implementação do procedimento de decisão como um teste	270
6.2.5 Estudo de simulação	272
6.3 Modelação de uma série real	282
Bibliografia	293